ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Analyse des paratomen Kalk-Haloides;

von
Anton Schrötter,
Adjuncten und Supplenten beim physikalisch-mathematischen Lehrfache an der Wiener Universität.

Das *paratome Kalk-Haloid*, *Ankerit*, in Steiermark auch *Rohwand* genannt, wurde bekanntlich zuerst von *Mohs* als eine eigene Species des Mineralreiches dargestellt. Es unterscheidet sich von den übrigen Speciebus des Genus *Kalk-Haloid* hinlänglich durch seine Abmessungen, Härte und spec. Schwere, wie man im Grundrisse (2ter Band, S. 116) nachsehen kann.

Merkwürdig ist dieses Mineral sowohl durch seine geognostischen Verhältnisse, als auch durch die Beziehungen, in welchen es zum Eisenhüttenwesen steht. Ich hörte die Fragen: ob es beim Eisenschmelzen als Zuschlag zu gebrauchen sey, oder nicht? — oder ob man es gar als Erz behandeln könne? von sehr tüchtigen Hüttenmännern auf ganz entgegengesetzte Arten beantworten. Dieser letzte Umstand war es eigentlich, der mich bestimmte, die Natur dieses Minerales in chemischer Hinsicht näher kennen zu lernen.

Ich wählte zur Untersuchung eine weiſse, sehr vollkommen theilbare Varietät. Das specifische Gewicht derselben betrug 3,043, die Härte 3,5.

Zuerst wurde das Mineral auf trockenem Wege untersucht, wobei sich Folgendes ergab:

Erhitzt man dasselbe, so zerspringt es mit groſser Heftigkeit bis in die kleinsten Theile und verwandelt sich in ein feines Pulver. Hiebei ändert es seine Farbe nicht. Diese Eigenschaft kann mit Vortheil benützt werden, um das paratome von allen andern Kalk-Haloiden augenblicklich zu unterscheiden. Das rhomboëdrische besitzt zwar diese Eigenschaft auch, jedoch in einem viel geringeren Grade.

Hat man die Erhitzung in einer an einem Ende geschlossenen Glasröhre vorgenommen, so wird es nach und nach schwarzgrau, und dann vom Magnete gezogen.

Man mag es noch so lange und so stark erhitzen, so zeigt sich an der Glasröhre keine Spur von Wasser. Das Mineral enthält also *kein Wasser*, was auch noch durch die quantitative Analyse bestätiget wird.

In einer an beiden Enden offenen Glasröhre erhitzt, erleidet es dieselben Veränderungen, wird jedoch beim anhaltenden Glühen rothbraun und wirkt dann nicht mehr auf den Magnet.

Vor dem Löthrohre ist es für sich unschmelzbar.

Mit *Borax* gibt es im Reductionsfeuer eine *klare grüne* Perle, die beim Abkühlen nicht unklar wird. Im Oxydationsfeuer erhält man ein *rothes klares* Glas.

Vom *Phosphorsalze* wird es ohne Ausscheidung irgend eines unlöslichen Bestandtheiles zu einer klaren Perle aufgelöset, die sich wie die vorige verhält.

In Borax aufgelöset, wurde durch einen eingelegten Eisendraht und heftiges Reductionsfeuer *keine Phosphorsäure* bemerkbar.

Die qualitative Untersuchung auf nassem Wege gab folgende Resultate:

a) In verdünnter Salpeter- oder Salzsäure löset sich das Mineral gleich dem Kalkspathe unter Aufbrausen ohne Rückstand auf. Das dabei entwickelte Gas ist *reine Kohlensäure.*

b) Die salpetersaure, roth gefärbte Lösung wurde durch Schwefelwasserstoffsäure *nicht* verändert.

c) Wasserstoffschwefliges-Schwefelammonium verursachte einen voluminösen schwarzen Niederschlag, der gleich nach seiner Bildung abgesondert und in Salzsäure gelöset wurde. Nachdem der abgeschiedene Schwefel abgesondert war, wurde die saure Lösung durch Ammoniak neutralisirt und mit bernsteinsaurem Ammoniak versetzt. Es bildete sich auf diese Weise *bernsteinsaures Eisen.*

d) Die von dem bernsteinsauren Eisen abfiltrirte Flüssigkeit wurde durch kohlensaures Kali zersetzt, bis zur Trockenheit abgedampft, und in Wasser gelöset. Es blieben hiebei weifsgraue Flocken ungelöset, welche sich vor dem Löthrohre als *Manganoxydul* zu erkennen gaben.

e) In der von den Schwefelmetallen abgesonderten Flüssigkeit brachte kleesaures Ammoniak einen reichlichen weifsen Niederschlag hervor.

f) Basisch phosphorsaures Ammoniak brachte ebenfalls einen weifsen Niederschlag hervor, der besonders dann gleich entstand, wenn die Flüssigkeit mit dem Reagens bis zum Kochen erhitzt wurde.

g) Schwefelsäure und schwefelsaure Salze, Auflösungen eines Blei- oder Silbersalzes, brachten *keine* Änderung der Flüssigkeit hervor.

Im Verlaufe der quantitativen Untersuchung wird gezeigt werden, dafs *keine Alaunerde* in dem Minerale enthalten sey.

Das paratome Kalk-Haloid besteht demnach aus

Kohlensäure	nach	(*a*),
Eisenoxydul	»	(*c*),
Manganoxydul . . .	»	(*d*),
Kalkerde	»	(*e*),
Bittererde	»	(*f*).

Quantitative Analyse.

a) Um den *Kohlensäuregehalt* zu bestimmen, wurde auf folgende Art verfahren: Ein einzelnes, genau gewogenes Stück des Minerales wurde in einem sorgfältig mit Quecksilber gefüllten, auf dem pneumatischen Quecksilberapparate befindlichen, sehr genau cubicirten Glasrecipienten steigen gelassen. Hierauf wurde beiläufig soviel Salzsäure von 1,090 spec. Gewichte (aus welcher kein salzsaures Gas entweichen konnte, da sie sich nur unverändert verflüchtiget), als zur Auflösung des Minerales nothwendig war, in den Recipienten geleitet und das Volumen der sich entwickelnden Kohlensäure genau gemessen. Um zu erfahren, ob sich nicht etwa atmosphärische Luft der Kohlensäure beigemengt habe, wurde untersucht, ob alle Luft vom ätzenden Ammoniak absorbirt werde, und die übrig bleibende in Rechnung gebracht.

Den Verlust an Kohlensäure, welcher durch die Absorption derselben von der angewendeten Salzsäure herbeigeführt wird, vermied ich dadurch, daſs ich diese durch 24 Stunden mit Kohlensäure in Berührung stehen lieſs, wodurch sie so viel davon aufnahm, als sie konnte, und daher keine neue Menge mehr absorbirte. Vernachlässiget man diese Vorsicht, so kann man Fehler von 7 — 8 Procent begehen, wie ich mich durch directe Versuche überzeugte. Aus mehreren sehr gut unter einander übereinstimmenden Versuchen wurde das Mittel ge-

nommen, nachdem sie alle nach der gewöhnlichen Weise auf den Normalzustand von 0° *C.* und 28'' P. M. Barometerstand reducirt und die übrigen nöthigen Correctionen angebracht waren. Es ergab sich auf diese Art, daſs 100 Gran des Minerales 89,7125 W. Kubikzoll oder 43,08 Gran *Kohlensäuregas* enthalten.

Die Bestimmung der Kohlensäure durch bloſses Ausglühen ging bei diesem Minerale nicht an, da sich hiebei eine unbestimmbare Menge Eisenoxydul höher oxydirt, und überdieſs das Anziehen der Kohlensäure durch den Kalk während des Abwägens schwer zu verhüten ist. Wirklich zeigten mehrere Versuche, daſs auf diesem Wege durchaus keine übereinstimmenden Resultate erlangt werden können.

Zur quantitativen Bestimmung der übrigen Bestandtheile wurden 40 Gran des Minerales in Salpetersäure von 1,30 sp. Gew., so daſs Säure in bedeutendem Überschusse vorhanden war, aufgelöset.

b) Dieser Auflösung wurde, um das *Eisenoxydul* zu erhalten, so lange caustisches Ammoniak zugesetzt, als noch ein Niederschlag entstand. Dieser wurde sodann bei gut abgehaltenem Luftzutritte möglichst schnell filtrirt, ausgesüſst und im Platintiegel geglüht. Er wog 9,656 Gran. Um zu sehen, ob dieser Niederschlag reines Eisenoxydul sey, wurde er in Salzsäure gelöset, durch Ammoniak neutralisirt und durch bernsteinsaures Ammoniak gefällt. Die abfiltrirte Flüssigkeit zeigte sich frei von Kalkerde, Talkerde und Manganoxyd. Es war daher dieser Niederschlag reines Eisenoxyd, dem 8,669 Eisenoxydul entsprechen. Die abfiltrirte Flüssigkeit wurde auch mittelst Kalilauge auf Thonerde untersucht, von dieser aber keine Spur gefunden.

c) Um die *Kalkerde* zu erhalten, wurde das Filtrat erwärmt und kleesaures Ammoniak zugesetzt. Der auf

diese Art erhaltene kleesaure Kalk wurde alsogleich durch Filtriren von der Flüssigkeit getrennt und, um ihn in kohlensauren Kalk zu verwandeln, zuerst für sich, dann aber in einer Atmosphäre von kohlensaurem Ammoniak schwach geglüht. Hiedurch ergaben sich 20,047 Gr. kohlensaure Kalkerde, welchen 11,284 reine Kalkerde entsprechen.

d) Die abfiltrirte Flüssigkeit, welche nun frei von Eisen und Kalkerde war und bloſs noch Manganoxydul und Bittererde enthielt, wurde nun, um diese beiden Stoffe zu trennen, mit kohlensaurem Kali versetzt und in einer geräumigen Platinschale, welche, um alles Herausspritzen zu vermeiden, mit einer die convexe Oberfläche abwärts gekehrten Glasschale bedeckt war, bis zur völligen Verflüchtigung des Ammoniaks erhitzt. Die trockene Masse wurde nun in Wasser gelöset, filtrirt, und das Gemenge von Manganoxydul und Bittererde in erhitzter Salzsäure aufgelöset. Diese Lösung wurde mit Ammoniak neutralisirt, und durch wasserstoffschwefeliges Schwefelammonium alles Mangan als Schwefelmangan gefällt. Zum Behufe der Verwandlung des Schwefelmangans in Manganoxydul wurde dasselbe mit Wasser, das mit dem genannten Ammoniaksalze versetzt war, gehörig ausgesüſst, abermals in Salzsäure gelöset und durch kohlensaures Kali auf gleiche Weise wie früher gefällt. Das auf diese Art erhaltene kohlensaure Manganoxydul wurde stark geglüht, so daſs daraus Manganoxyd-Oxydul entstehen muſste, welches 0,852 Gran wog, und welchem 0,768 *Manganoxydul* entsprechen.

e) Um endlich die *Bittererde* für sich allein darzustellen, wurde das von dem Schwefelmangan erhaltene Filtrat durch Schwefelsäure zerlegt, bis zum Kochen erhitzt und von dem ausgeschiedenen Schwefel abgesondert, dann in einer Platinschale bis zur Trockne ab-

gedampft und stark erhitzt. Die auf diese Art entstandene schwefelsaure Bittererde wog 6,950 Gr., welchen 2,364 *reine Bittererde* entsprechen.

Das paratome Kalk-Haloid besteht demnach in

	40 Theilen aus	100 Theilen aus
nach *a*) Kohlensäure . .	17,232	43,08
» *b*) Eisenoxydul . .	8,669	21,67
» *c*) Kalkerde . . .	11,284	28,21
» *d*) Manganoxydul .	0,768	1,92
» *e*) Bittererde . . .	2,364	5,91
	40,317.	100,79.

Da aber

21,67 Th.	Eisenoxydul .	13,638	Kohlensäure
28,21 »	Kalkerde . . .	21,903	»
5,91 »	Bittererde . .	5,936	»
1,92 »	Manganoxydul	1,164	»
	also im Ganzen	42,641	

zur Sättigung brauchen, so ist das paratome Kalk-Haloid eine Verbindung von neutralen Carbonaten, und zwar von

Kohlensaurem	Eisenoxydul . .	35,308
»	Manganoxydul .	3,084
Kohlensaurer	Kalkerde . . .	50,113
»	Bittererde . . .	11,846
		100,351.

Es gibt also, da sich nach *Berzelius* 77,23 Eisen mit 22,770 Sauerstoff zu Eisenoxydul verbinden, 16,736 pCt. Eisen. Nur durch eine sehr complicirte Formel liefse sich diese Verbindung darstellen.

Merkwürdig ist es, dafs alle Basen, aus denen das Mineral besteht, unter einander isomorph sind, wodurch es möglich wird, dafs trotz einer bedeutenden Verschiedenheit in den Mischungsverhältnissen desselben seine Abmessungen die nämlichen bleiben. Es scheint mir in

der That aus manchen Gründen nicht unwahrscheinlich, daſs eine solche quantitative Verschiedenheit bei der Rohwand von verschiedenen Fundorten Statt finde.

Über die Anwendung und den Einfluſs der Rohwand beim Eisenschmelzprozesse läſst sich ohne genaue Kenntniſs der zu verwendenden Erze nichts im Detail sagen. Im Allgemeinen scheint jedoch aus Allem hervorzugehen, daſs die Rohwand bei sehr kiesel- und thonhältigen Erzen ihres groſsen Kalkgehaltes wegen mit Vortheil als Zusatz gebraucht werden kann, daſs man sich aber hiebei vor einer zu leichtflüssigen Beschickung zu hüten habe, besonders wenn die Erze sehr reich sind; da die Rohwand in diesem Falle einen zu reichhaltigen Zusatz bilden würde. Bei sehr schwer schmelzbaren Erzen dürfte der Bittererdegehalt leicht ein Versetzen des Ofens bewirken. Bei der Stahlbereitung könnte unter sonst günstigen Umständen der Mangangehalt von gutem Einflusse seyn.

Nach allem diesem dürften sich die oben angedeuteten verschiedenen Ansichten der Hüttenmänner vereinigen lassen, da bei verschiedenen Erzen, Zwecken und Varietäten des paratomen Kalk-Haloides bald eine gute, bald schlechte Anwendung davon gemacht werden kann. Da die bestimmte Beantwortung aller hieher gehörigen Fragen mir nicht uninteressant scheint, so bin ich Willens, einiges Speciellere hierüber vorzunehmen.

Ich muſs hier zum Schlusse noch bemerken, daſs man bei der Auswahl der zu untersuchenden Stücke vorsichtig verfahren müsse, da häufig in dem Minerale, wenigstens in den Varietäten aus Neuberg in Steyermark, pyramidaler Kupferkies oft in sehr kleinen Parthien eingewachsen vorkommt, wodurch man leicht einen Kupfergehalt finden könnte, der doch nicht zur chemischen Zusammensetzung der Rohwand gehört.

II.

Über Absorption einiger Gase durch thierische Häute;

von

A. Baumgartner.

---

1. In Nro. XI. der neuen Folge des *Quarterly Journal of science* (Juli — Sept. 1829) kommen einige merkwürdige Versuche von *Graham* über das Anschwellen einer feuchten Thierblase in einer Atmosphäre von Kohlensäuregas vor. Sowohl *Schweigger's* Jahrbuch der Chemie und Physik (10. Heft, 1829, S. 227) als *Poggendorff's* Annalen der Physik und Chemie (Nro. 10, 1829, S. 347) liefern eine Übersetzung dieser Versuche. Es wurde nämlich eine unverletzte, mit einem Hahn verschliefsbare Blase nahe bis $^2/_3$ mit Steinkohlengas angefüllt, und mit verschlossenem Hahne in eine, mit Wasser gesperrte, Kohlensäuregas enthaltende Glocke gebracht. Nach 12 Stunden war sie so ausgedehnt, dafs sie dem Bersten nahe war, und das Kohlensäuregas war aus dem Recipienten zum Theil verschwunden. Bei einer näheren Untersuchung ihres Inhaltes zeigten sich an demselben 25 pCt. Kohlensäuregas. Ein zweiter Versuch gab ein ähnliches Resultat und die Blase enthielt nach 15 Stunden 40 pCt. Kohlensäuregas. Selbst als eine solche mit atmosphärischer Luft zum Theil gefüllte Blase in eine Atmosphäre von Kohlensäuregas kam, sah man sie nach 24 Stunden völlig aufgeblasen, während eine Blase mit Kohlengas von atmosphärischer Luft oder Wasser umgeben keine Spur eines Anschwellens zeigte.

Graham fügt diesen Versuchen zugleich seine Ansicht über ihren Grund bei, und erkennt daran einen

reinen Ausdruck des *Dalton*'schen Gesetzes, vermöge welchem sich zwei Gase mit einander ins Gleichgewicht setzen, wovon eines frei, das andere von einer tropfbaren Flüssigkeit eingesaugt ist. Die Blase war nämlich feucht, und man weifs, dafs sie porös sey, wenn es überhaupt erlaubt ist, die Gefäfsausmündungen an organischen Körpern Zwischenräume *(poros)* zu nennen. Diesem gemäfs steht das im Recipienten enthaltene Kohlensäuregas mit der Luft in der Blase durch kleine Canäle in Verbindung, welche mit Kohlensäuregas imprägnirtes Wasser enthalten. So wie nun dieses Wasser an der inneren Oberfläche der Blase anlangt, und mit dem in derselben enthaltenen Gas in Berührung tritt, mufs es einen Theil des absorbirten Kohlensäuregases in den inneren Blasenraum abgeben. Dadurch wird aber das Gleichgewicht des bereits absorbirten Gases in den kleinen Canälen gestört, und zur Herstellung desselben mufs sich das im Wasser eines solchen Canals befindliche Gas gleichförmig verbreiten. Ist dieses geschehen, so steht das absorbirte Gas wieder mit dem in der Glocke enthaltenen nicht mehr im Gleichgewichte, es wird eine neue Absorption nothwendig, und so mufs es kommen, dafs sich in der Blase so viel Kohlensäuregas anhäuft, als nothwendig ist, um dem Gase derselben Natur im Recipienten das Gleichgewicht zu halten.

2. Es ist einleuchtend, dafs die angeführten Versuche mehrfacher Abänderungen fähig sind, und sowohl auf andere thierische Häute, als die von *Graham* gebrauchten waren, als auch auf andere Gase, als auf Kohlensäuregas, angewendet werden können; ferner dafs dieser einfachen Erklärung jener Phänomene nur dann die volle Zustimmung zu Theil werden kann, wenn sie sich bei allen diesen Abänderungen bewährt, und bei einer numerischen Ausmittelung des Verhältnisses zwi-

schen dem im Recipienten befindlichen und in die Blase eingedrungenen Gase völlig Stich hält. Ich habe darum eine Reihe von Versuchen über diesen Gegenstand angestellt, und glaube mich keinem Tadel auszusetzen, wenn ich sie hiemit bekannt mache.

3. Es versteht sich von selbst, daſs ich beim Beginne dieser Versuche mit der reinen Wiederholung des *Graham*'schen Verfahrens den Anfang machte. Eine Schweinsblase, mit atmosphärischer Luft zum Theil gefüllt, wurde in einen Recipienten gebracht, welcher Kohlensäuregas enthielt und durch Wasser gesperrt war. Die Blase war vorläufig benetzt worden, lag im Recipienten auf einem Postamente, und reichte mit einem Theile in das Sperrwasser, damit es ihr nicht an Feuchtigkeit gebrechen möchte. Bald wurde das Anschwellen bemerklich, und nach 24 Stunden war sie zum Zerplatzen gespannt.

Eine andere Blase in ganz leerem Zustande in den Recipienten mit Kohlensäuregas gebracht, nahm zwar auch von diesem Gase etwas auf, jedoch war sie nicht dahin zu bringen, jene strotzende Fülle anzunehmen, welche die vorhergehende zeigte. Dieses steht meines Erachtens nicht mit der obigen Erklärung im Widerspruche. Die Blase bot der Luft eine kleinere Oberfläche dar, und der Recipient enthielt nicht lauteres Kohlensäuregas, sondern ein Gemenge von diesem Gase und atmosphärischer Luft, nur war ersteres bedeutend vorwaltend. Es konnte daher das Gleichgewicht zwischen dem äuſseren und dem in der Blase befindlichen Gase nur langsam eintreten, und eher Statt finden, als die Blase in einen Zustand von Spannung versetzt war. Ich überzeugte mich, daſs, was zu erwarten war, es nicht nöthig sey, eine ganze Blase anzuwenden, sondern daſs man sich vom Stattfinden der Luftabsorption durch eine

Blase auch überzeugen kann, wenn man ein gläsernes Gefäſs an der Mündung mit einer Blase luftdicht überbindet, und es in einen Recipienten mit Kohlensäuregas stellt. Sehr bald, oft schon nach einer halben Stunde, erkennt man aus der convexen Wölbung der Blase, daſs eine Absorption Statt gefunden habe.

Es ist zu erwarten, daſs das Anschwellen der Blase bald, nachdem sie in die betreffende Atmosphäre gebracht worden ist, anfangen muſs; man darf aber nicht hoffen, dieses Anschwellen von seinem ersten Beginne an wahrnehmen zu können, wenn der Versuch auf eine der gerade genannten Arten angestellt wird. Ich dachte darum auf Mittel, die Veränderung der Spannkraft des in der Blase befindlichen Gases, welche eigentlich durch das Anschwellen derselben bezeichnet wird, gleichsam vergröſsert darzustellen.

Ein gewöhnliches, in der Blase angebrachtes, mit Quecksilber gefülltes Manometer zeigte sich nicht empfindlich genug, ja selbst wenn das Manometer Weingeist enthielt, war jener Grad von Empfindlichkeit noch nicht erreicht, der erzielt werden sollte. Dieses wird den nicht befremden, der bedenkt, daſs die Wände der Blase, so lange sie nicht gespannt sind, der wachsenden Expansivkraft der Luft nur einen geringen Widerstand entgegensetzen und durch eine sehr geringe Kraft schon merklich weichen, und daſs das Manometer für eine eben so geringe Kraft empfindlich seyn muſs. Es blieb mir demnach nichts übrig, als das von dem genialen *Wollaston* noch an seinem Sterbebette angegebene Differenzialbarometer anzuwenden. Die Einrichtung dieses Instrumentes ist in Bd. VI., S. 464 dieser Zeitschrift näher beschrieben; für Jene, welche es nicht kennen, bemerke ich, daſs es aus einer gleichschenkeligen, heberförmig gebogenen Röhre besteht, deren eine

Schenkel oben in ein weites geschlossenes, der andere in ein eben so weites offenes Gefäfs ausläuft. Der untere Theil beider Schenkel enthält eine 2 — 3 Z. lange Wasser- oder Weingeistsäule; über dieser befindet sich in jedem Schenkel eine Öhlsäule, die bis in das Gefäfs reicht, und darin noch eine $^1/_2$ Z. hohe Säule bildet.

Wurde der offene Schenkel dieses Instrumentes mit einer feuchten Blase überbunden, und dann das Ganze unter einen Recipienten mit Kohlensäuregas gebracht, so war die Gasabsorption durch die Blase alsogleich merklich, in 5 Minuten hatte sich die Wassersäule schon um 2 L. verschoben, doch wurde die Bewegung derselben immer langsamer, wie es zu erwarten war. In 6 Stunden betrug die ganze Bewegung nicht mehr als 7 L., doch hatte dabei auch die Blase eine convexe Gestalt angenommen. An diesem Instrumente wird schon eine Bewegung der Wassersäule bemerkbar, wenn man von aufsen auf die feuchte Blase aus einem kleinen Recipienten Kohlensäuregas ausgiefst.

4. Ich hielt es der Mühe werth, zu untersuchen, ob die Gasabsorption einer Blase auf gleiche Weise vor sich gehe, oder nicht, wenn man dieselbe in ihrer natürlichen Gestalt, und dann das Innere nach aufsen gekehrt, braucht, konnte aber weder aus dem gewöhnlichen Anschwellen der Blase, noch aus der Bewegung der Wassersäule im Differenzialbarometer einen Unterschied bemerken, so dafs ich die Wirkung der Blase in dieser Beziehung sowohl von aufsen nach innen als umgekehrt für gleich annehmen mufs. Anders verhält es sich mit dem Feuchtigkeitszustande derselben. Eine ganz ausgetrocknete Blase schwillt in trockenem Kohlensäuregas gar nicht an. Ich habe eine trockene Blase, nachdem sie wohl zugebunden war, am Gewölbe eines gläsernen, mit Kohlensäuregas gefüllten Recipienten

aufgehängt, der mit starker Schwefelsäure gesperrt war, um sowohl der Blase als dem Gase die Feuchtigkeit zu entreiſsen; ich lieſs sie mehrere Tage in dieser Atmosphäre, und konnte keine Spur einer Anschwellung bemerken, ja selbst als ich sie in nicht ausgetrocknetes Gas gab, ohne sie zu befeuchten, erhielt sie sich ganz unverändert. Demnach ist Feuchtigkeit zur Erzielung der hier besprochenen Gasaufnahme von Seite der Blase unerläſslich; ein Umstand, der wieder zu Gunsten der oben gegebenen Erklärung spricht.

Wiewohl sich das Daseyn von Wasser als Bedingung des Anschwellens der Blase kund gibt, so darf man daraus doch nicht schlieſsen, daſs eine völlig durchnäſste Blase stärker wirke als eine bloſs angefeuchtete. Gegen diesen Schluſs sprechen bestimmte Erfahrungen. Eine tropfnasse Blase schwillt nur langsam an, und wird an Empfindlichkeit von einer bloſs oberflächlich befeuchteten bei weitem übertroffen. Ich überband ein gläsernes, 1 $^1/_2$ Z. weites Gefäſs luftdicht mit einer Blase, spannte dieselbe aber so wenig, daſs sie eine Concavität bildete, goſs dann in diese Concavität Wasser, und stellte es unter einen Recipienten mit Kohlensäuregas. Nach mehr als 12 Stunden war keine Spannung an der Blase zu bemerken. Als ich hierauf das Wasser abgegossen, und die Blase mit Flieſspapier abgetrocknet hatte, so daſs ihr nur wenig Feuchtigkeit blieb, zeigte sich schon nach einer Stunde ein merkliches Anschwellen derselben. Selbst dieser Umstand scheint in der gegebenen Erklärung des Fundamental-Phänomens seinen Grund zu finden. Das Wasser wirkt wohl hier als Vehikel des Gases, aber es setzt sich dieses Gas im Wasser nicht so schnell ins Gleichgewicht, wie im freien Zustande, und darum geht die Anhäufung des Gases in

der Blase am schnellsten vor sich, wenn die leitende Wasserschichte möglichst dünn ist.

5. Ob das Wasser bei diesen Versuchen von anderen tropfbaren Flüssigkeiten mit Erfolg vertreten werden kann, oder nicht, ist wohl *a priori* nicht einzusehen; doch gibt die Theorie hierüber einen Fingerzeig. Ist diese nämlich naturgemäſs, so hat das Wasser die Function des Einsaugens des Gases und des Übertragens vom Recipienten in das Innere der Blase durch die Wände der letzteren. Jede andere Flüssigkeit, welche in die Zwischenräume der Blase aufgenommen wird, und das Gas, welches in die Blase geleitet werden soll, zu absorbiren vermag, muſs demnach dasselbe leisten wie Wasser. Von dieser Art ist Weingeist. Dieser durchdringt die Wände einer Blase, und absorbirt zugleich Kohlensäuregas. Ich stellte darum mit demselben Versuche an, indem ich ihn zum Benetzen der Blasenwände, und als sperrende Flüssigkeit für den Gasrecipienten brauchte. Der Erfolg rechtfertigte meine Vermuthung, die Blase schwoll zusehends an, doch schien mir die Wirkung nicht rascher vor sich zu gehen, als mit Wasser, wiewohl der Weingeist nach *Saussure* eine gröſsere Absorptionsfähigkeit für Kohlensäuregas zeigt, als dieses, woran vielleicht die geringere Capillarkraft der Blase gegen den Weingeist Ursache seyn mag. Bei Anwendung des Wassers als benetzende und absperrende Flüssigkeit kann man dieselbe Blase mit gleichem Erfolge zu mehreren Versuchen anwenden. Nicht so aber beim Gebrauch des Weingeistes statt des Wassers. Es scheint, als ginge durch die Einwirkung des ersteren auf die Substanz der Blase eine besondere chemische Veränderung an derselben vor, wodurch ihre Zwischenräume entweder unwirksam werden, oder sich ganz verlieren. Vielleicht werden sie durch Absätze aufge-

löster Theile verstopft. Ich konnte daher mit einer Blase, die zwei bis drei Tage der Einwirkung des Weingeistes ausgesetzt gewesen war, keinen erfolgreichen Versuch von der Art, wie die hier besprochenen sind, mehr zu Stande bringen, während jede neue Blase sich in die gewonnene Regel ohne Ausnahme fügte.

Ich habe auch versucht, Öhle statt des Wassers anzuwenden, und zwar ein fettes (Baumöhl), und ein ätherisches (Anisöhl). Ich rieb nämlich eine frische, unverletzte Schweinsblase mit diesem Öhle ein Mal nur auswendig, ein anderes Mal auswendig und inwendig ein, verband sie luftdicht, und hing sie in einen, Kohlensäuregas enthaltenden, mit Quecksilber abgesperrten Recipienten. Ungeachtet die Blase wenigstens zwei Tage in dieser Atmosphäre blieb, und die Wände derselben so weich und geschmeidig waren, daſs sie der kleinsten Kraft hätten nachgeben müssen, so konnte ich doch keine Spur eines Anschwellens bemerken. Ich hatte auch keinen anderen Erfolg erwartet, weil bekanntlich von diesen Flüssigkeiten Kohlensäuregas nicht merklich absorbirt wird.

6. Man konnte mit vieler Wahrscheinlichkeit voraussetzen, daſs nicht bloſs Schweins- und Rindsblasen, sondern auch andere häutige, organische Gebilde zur Durchleitung des mit Gas imprägnirten Wassers geschickt seyen, und demnach wie jene Blasen in einer Atmosphäre von Kohlensäuregas anschwellen werden. Ich habe aber auch diesen Umstand näher untersucht, und nebst den genannten Schweinsblasen auch mit Schwimmblasen von Fischen im natürlichen und geschälten Zustande, mit dem inneren Häutchen von Hühnereyern, endlich noch mit weiſs gegärbten Thierhäuten Versuche angestellt.

Eine Schwimmblase eines Fisches zeigt sich in der

besprochenen Beziehung sogar empfindlicher als eine Schweinsblase, sie mag die ursprüngliche Luftmasse ganz in sich enthalten, oder nur zum Theile, sich im natürlichen Zustande befinden oder geschält seyn. Wird eine solche Blase aufgeschnitten, zu einem Häutchen ausgedehnt, und am Differenzialbarometer so angebracht, wie vorhin (3) gesagt wurde, so erhält man eine Vorrichtung, welche für Kohlensäuregas ausserordentlich empfindlich ist, und sein Daseyn auf der Stelle durch Absorption unzweideutig kund gibt.

An einem zu einem Beutel zusammengebundenen Häutchen aus einem Hühnerey konnte ich selbst nach 24 Stunden keine Spur eines Anschwellens bemerken.

Merkwürdig ist das Verhalten des weiss gegärbten Leders. Ich überband ein Glasgefäss mit weiter Mündung an derselben fest mit einem befeuchteten Stück von Schafleder, und stellte es in einen mit Kohlensäuregas gefüllten, durch Quecksilber gesperrten Recipienten. Nach 24 Stunden konnte man noch nicht die geringste Spur einer stärkeren Spannung der Haut wahrnehmen. Ich musste daher schliessen, dass entweder das Leder das mit Luft imprägnirte Wasser nicht durchlasse, oder demselben zwar den Eintritt ins Gefäss, aber zugleich der inneren Luft den Austritt in den Recipienten gestatte. Ersteres war nicht wohl anzunehmen, da bekanntlich solches Leder gar leicht Wasser durchläſst, und kein Grund vorhanden ist, anzunehmen, es finde dieses nur mit reinem, nicht mit dem, Gase enthaltenden Wasser Statt. Um aber über diesen Punct zur völligen Gewissheit zu gelangen, brachte ich an demselben Gefässe zuerst eine Blase an der Öffnung an, und über dieselbe das Leder, welches vorhin allein gebraucht worden war. Als es so zugerichtet in die Atmosphäre von Kohlensäuregas gebracht wurde, zeigte sich schon

nach einer Viertelstunde ein merkliches Anschwellen der Haut und der Blase. Da hier das Wasser mit dem absorbirten Gase nicht zur Blase gelangen konnte, ohne durch das Leder gegangen zu seyn, so bleibt über die Möglichkeit des Durchganges des Wassers durch das Leder kein Zweifel mehr übrig. Daſs daher bei ersterem Versuche kein Anschwellen des Leders zu bemerken war, kann nur davon herkommen, daſs die im Glase enthaltene atmosphärische Luft durch das Leder auswärts geht, und sich so beide Gase mit einander in ein Gleichgewicht setzen, ohne das Leder zu dehnen. Wenn dieses wirklich so ist, so muſs das Gefäſs, welches, mit bloſsem Leder gesperrt, einige Zeit in der Kohlensäureatmosphäre stand, Kohlensäure aufgenommen haben. Dieses zeigte sich auch bei einem Versuche, bei welchem die Einwirkung der Atmosphäre von Kohlensäure zwei Tage gedauert hatte. Das Gefäſs, welches ursprünglich nur atmosphärische Luft enthielt, zeigte nach dieser Zeit einen Kohlensäuregasgehalt von 32 pCt. Hundsleder verhielt sich nicht anders als Schafleder.

7. *Graham* hat bekanntlich seine Versuche nur mit Kohlensäuregas angestellt, davon aber, daſs man auch mit anderen Gasen einen glücklichen Erfolg erwarten könne, keine ausdrückliche Erwähnung gethan. Indeſs geht aus der am Eingange aufgestellten Ansicht über das Gesetzliche des Verlaufes solcher Phänomene offenbar hervor, daſs sich das Kohlensäuregas durch jedes andere vom Wasser absorbirbare Gas ersetzen lassen müsse, wenn überhaupt jene Ansicht die wahre seyn soll. Um hierüber einen factischen Beweis zu erhalten, machte ich einige Versuche, bei denen ich statt des Kohlensäuregases Schwefelwasserstoffgas anwendete, im übrigen aber so wie mit ersterem verfuhr. Das Anschwellen der Blase unterblieb nicht, und schien sogar

noch schneller bemerkbar zu werden, als beim Gebrauche des Kohlensäuregases.

Nach dem *Dalton*'schen Gesetze, in dessen Gebiet diese Phänomene zu gehören scheinen, ist ein von irgend einem Gase bereits occupirter Raum für ein anderes Gas als leer anzusehen, und jenes kann höchstens als träges mechanisches Hindernifs dem Eindringen des letzteren entgegenwirken. Demnach mufs eine Blase, die schon so viel Kohlensäuregas aufgenommen hat, als zur Herstellung des Gleichgewichtes mit dem Gas im Recipienten nöthig ist, im Stande seyn, noch Schwefelwasserstoffgas aufzunehmen, falls sie überhaupt hierzu die nöthige Festigkeit hat.

Hierüber habe ich auch einige Versuche angestellt. Vier Fischblasen, wovon eine vor dem Versuche halb ausgeleert und abgeschält, die drei andern aber unversehrt in eine Kohlensäureatmosphäre gebracht wurden, nahmen so viel von diesem Gas auf, dafs sie strotzend voll waren. Als dieses geschehen war, wurde zu dem Kohlensäuregase im Recipienten Schwefelwasserstoffgas gegeben. Die Blasen schwollen zusehends an, hatten nach 6 Stunden mehr als das Doppelte ihres natürlichen Volumens angenommen, und am folgenden Tage waren sie alle geplatzt. Das erwähnte *Dalton*'sche Gesetz hat also hier vollkommen Anwendung gefunden. Bei dem letzteren Versuche wurde aus guten Gründen das Schwefelwasserstoffgas unmittelbar zum Kohlensäuregas in den Recipienten zugelassen. Wäre das Kohlensäuregas entfernt, und der ganze Recipient mit Schwefelwasserstoffgas angefüllt worden, so hätte sich jenes Gesetz nicht so auffallend zeigen können, weil sich da das bereits in die Blase getretene Kohlensäuregas wieder aus derselben entfernt haben würde, bis zwischen dem inneren und äufseren Gase derselben Natur Gleichgewicht ein-

getreten wäre. Ich hielt es nicht für nothwendig, auch diesen Versuch anzustellen, weil ich aus einem andereren, wo alles denselben Gang nimmt, bereits über den Verlauf der Sache belehrt war. Bringt man nämlich eine Blase, die vom eingesaugten Gase ganz erfüllt, und dem Platzen nahe ist, in atmosphärische Luft, und unterhält ihre Feuchtigkeit durch öfteres Betropfen mit Wasser, so sinkt sie in Kurzem wieder zusammen, und nimmt das Volumen an, welches sie vor dem ersten Versuche hatte. Ein Gefäſs, mit einer Blase verbunden, die in einer Kohlensäureatmosphäre höchst gespannt und convex geworden, verliert in der atmosphärischen Luft schon nach einer Stunde einen bedeutenden Theil seines Inhaltes, und die Blase sinkt wieder ein.

8. Es schien mir interessant, zu erfahren, ob man zu Versuchen von der Natur der vorhergehenden mit ganz absorbirtem Gase ausreichen könne. Dieses schien mir wahrscheinlich, weil doch das Gas im Recipienten auch erst eingesaugt werden muſs, um in die Blase gelangen zu können. Darum stellte ich folgenden Versuch an: Es wurde eine Flasche mit engem Halse mit Biliner Sauerbrunnen gefüllt, und eine, nur wenig atmosphärische Luft enthaltende, gut zugebundene Blase in die Flasche getaucht, und durch eine besondere Beschwerung ganz unter Wasser erhalten. Nach 4 Tagen fand ich die Blase zwar nicht strotzend, aber doch so voll, daſs ich sie durch den ziemlich engen Hals der Flasche nicht mehr herausbringen konnte, ohne sie in derselben auszuleeren, wiewohl weder eine so groſse Änderung des Luftdruckes noch der Temperatur eingetreten war, daſs das Anschwellen etwa von dieser hätte herrühren können. Wegen der Nothwendigkeit, die Blase in der Flasche auszuleeren, konnte ich aber ihren Inhalt nicht näher untersuchen, zweifle jedoch nicht,

daſs Kohlensäuregas von ihr aus dem Wasser aufgenommen worden sey.

9. Die vorausgegangenen Versuche enthalten keine numerischen Daten, aus welchen sich für oder gegen die Richtigkeit der Anwendung des *Dalton*'schen Gesetzes auf das Anschwellen thierischer Häute ein Schluſs ziehen lieſse, und doch ist dieses der einzige Weg, auf welchem man hypothetische Voraussetzungen zur Kategorie wahrer Ursachen erheben kann. Um solche Daten zu erhalten, wurde folgender Versuch angestellt: Ein kleines gläsernes cylindrisches Gefäſs wurde mit einem Gemenge von atmosphärischer Luft und Kohlensäuregas angefüllt, ein Stück von einer gut erhaltenen, geschmeidigen Schweinsblase zu einem schlaffen Beutel luftdicht zusammengebunden, mit Wasser angefeuchtet, und in jenem Gefäſse aufgehängt, das Gefäſs selbst aber mit Quecksilber gesperrt, und in dieser Lage 48 Stunden gelassen. Während dieser Zeit war die Blase bedeutend angeschwollen. Nach Verlauf derselben wurde sowohl der Inhalt der Blase als jener des Gefäſses, nachdem die Blase herausgenommen war, genau gemessen, und folgende Resultate bei 16° *C.* nach der Reduction auf einen Luftdruck von 28 W. Z. gefunden:

Volumen der Luft im Gefäſse .	39.58	C. Centimeter.
» » » in der Blase .	26.25	»

Hierauf wurde diese Luft, welche bis jetzt sorgfältig von aller Berührung mit Wasser geschützt worden war, mit Kalkwasser in Berührung gebracht. Zu diesem Ende wurde das zum Sperren verwendete Quecksilber mit einer 1 Z. hohen Schichte Kalkwasser übergossen, und das die Luft enthaltende Meſsgefäſs so weit gehoben, bis sein unterster Rand sich über dem Quecksilber im Kalkwasser befand. Dieses stieg nun in die Höhe, und verdrängte das Quecksilber. Nachdem das Gas keine

weitere Volumenverminderung mehr erlitt, wenn es auch geschüttelt wurde, konnte man bei der grofsen Quantität des angewendeten Kalkwassers wohl voraussetzen, dafs alles Kohlensäuregas absorbirt sey. Der Inhalt der Mefsröhre sowohl aus der Blase als aus dem Gefäfse wurde nun abermals gemessen, auf 16° *C.* und einen Luftdruck von 28 W. Z. reducirt, und Folgendes gefunden:

Volumen des rückständigen Gases aus
dem Gefäfse . . . . 10.60 C. Cent.
Volumen des rückständigen Gases aus
der Blase . . . . 6.00 »

Es enthielt demnach

das Gefäfs	10.6 C. C.	at. Luft,	28.98 C. C.	Kohlensäuregas,
die Blase	6.0 C. C.	»	20.25 C. C.	»

Zum Bestehen des Gleichgewichtes wird erfordert, dafs das im Gefäfse und das in der Blase enthaltene Kohlensäuregas dieselbe Expansivkraft habe. Nimmt man die Spannkraft der Luft bei der Temperatur 16° *C.* und einem Luftdruck von 28 W. Z. als Einheit an, so ist die des Kohlensäuregases im Gefäfse = 0.7322, die desselben Gases in der Blase = 0.7710, mithin nahe der ersterem gleich.

Bei einem zweiten Versuche wurde auf gleiche Weise verfahren, nur blieb die Blase drei Tage lang in der Gasatmosphäre. Das Resultat dieses Versuches war folgendes:

Vor der Absorption des Kohlensäuregases:

Volumen der Luft im Gefäfse . . . . 79.00 C. C.
» » » in der Blase . . . . 33.00 »

Nach der Absorption des Kohlensäuregases:

Volumen des Gases aus dem Gefäfse . . 10.88 C. C.
» » » aus der Blase . . . 4.91 »

Es enthielt daher

das Gefäſs	10.88 C. C.	atmosph. Luft,	68.12	Kohlens.
die Blase	4.95 C. C.	»	28.09	»

Wird wieder obige Einheit der Expansivkraft angenommen, so ist die Expansivkraft des Kohlensäuregases im Gefäſse = 0.8623, in der Blase = 0.8512.

Bei beiden Versuchen konnte ich nur mit kleinen Gasmengen arbeiten, weil dieses in einem Quecksilberapparate geschehen muſste, dessen Gröſse mir Schranken setzte. Was an der Gleichheit der beiden Verhältnisse fehlt, rührt ohne Zweifel von unvermeidlichen Beobachtungsfehlern her, indem beim ersten Versuche die Expansivkraft des Gases in der Blase gröſser erscheint als die im Gefäſse, beim zweiten hingegen das Umgekehrte Statt findet.

10. Unter allen Versuchen, die zur Prüfung der *Graham*'schen Ansicht des merkwürdigen Phänomens einer Blase in gewissen Atmosphären angestellt wurden, ist demnach keine einzige, welche nicht zu Gunsten derselben spräche, und es scheint, man dürfe es als ausgemacht ansehen, daſs dieses Phänomen eine natürliche Folge der *Dalton*'schen Gesetze über das Gleichgewicht gemengter Gase sey. Der vermittelnde Körper bei diesem Phänomen ist das Wasser oder allgemein, die das Gas absorbirende Flüssigkeit, welche zugleich von den feinen Gefäſsen der Blase wie von Haarröhrchen eingesaugt wird. Merkwürdig ist es, daſs trockene Häute, wenigstens jene, womit die Versuche, von denen früher die Rede war, angestellt wurden, selbst den vom Wasser nur sehr wenig oder so gut als nicht absorbirbaren Gasen, wie z. B. der atmosphärischen Luft, den Ein- und Austritt durch ihre Wände gestatten, sobald sie aber naſs sind, nur den vom Wasser gebundenen Gasen den Ein- und Austritt zugleich mit dem Wasser

gewähren. Das Zerplatzen der Fischblasen im Versuche (7) zeigt wohl, mit welcher Kraft das darin befindliche Gas auf die Wände der Blase nach auswärts wirkte, und doch vermochte es sich nur gewaltsam, nicht durch die Zwischenräume oder die feinen Gefäſse einen Ausweg zu verschaffen. Auf den ersten Blick sollte man glauben, wenn ein vom Wasser eingesaugtes Gas durch die Wände einer Blase geht, so muſs auch das freie Gas durch dieselben Wände den Rückweg finden, wenn dieselben auch vom Wasser gleichsam durchdrungen oder ihre Zwischenräume mit Wasser erfüllt sind. Daſs dieser Vermuthung die Erfahrung nicht entspricht, scheint anzuzeigen, das Gas befinde sich im Wasser nicht mehr als solches, bloſs mechanisch gebunden, sondern es sey chemisch von demselben aufgenommen, oder vielmehr aufgelöset. Vielleicht gibt dieses Verhalten ein Criterium zur Unterscheidung der Absorption der Gase durch Wasser mittelst chemischer Kräfte, von der, wobei bloſs mechanische Kräfte wirksam sind.

III.

Theorie der mittleren Werthe;

von

Dr. *C. Fr. Hauber.*

1.

Auf der Lehre von den mittleren Werthen beruhen mehrere interessante Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, z. B. die Anwendungen auf Gewinn und Verlust bei oft wiederholten Unternehmungen, auf Lebensrenten und Witwencassen, auf die mittlere Lebensdauer, auf die Bestimmung des Einflusses gewisser Ursachen auf die Erscheinungen, auf die vortheilhafteste Combination der Beobachtungen und die Bestimmung der Genauigkeit der Resultate. Namentlich werden die mittleren Werthe bei denjenigen Untersuchungen gebraucht, welche von *Laplace* im vierten, fünften, achten und neunten Capitel des zweiten Buchs der *Théorie analytique des Probabilités*, und im ersten, zweiten und dritten *Supplément* zu derselben, von *Gauſs* in der *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, und von *Poisson* in dem *Mémoire sur la Probabilité des résultats moyens des Observations* in der *Connaiss. des tems de* 1827 und in der Fortsetzung dieses *Mémoire* in der *Connaiss. des tems de* 1832 angestellt worden sind. Da aber in diesen Schriften die Sätze nur speciell für die jedesmaligen Gegenstände der Anwendung gegeben sind, so will ich allgemeine, auf alle jene Gegenstände anwendbare, Sätze über die mittleren Werthe aufstellen und beweisen, und Bemerkungen über die Anwendungen dieser Sätze hinzufügen.

2.

Ich will zuerst einige Bezeichnungen erklären, die im Folgenden überall beibehalten werden sollen.

x sey eine Sache, die ihrer Natur nach verschiedene Werthe haben kann; ihre möglichen Werthe seyen

$$x', \; x'', \; x''', \; \ldots \; x^{(n)}, \; \ldots \; x^{(r)},$$

und die Wahrscheinlichkeiten derselben resp.

$$p', \; p'', \; p''', \; \ldots \; p^{(n)}, \; \ldots \; p^{(r)}.$$

Kommen mehrere dergleichen unbestimmte Grössen vor, so sollen sie durch $x_1, \; x_2, \; \ldots \; x_n, \; \ldots,$ die möglichen Werthe von x_1 durch

$$x'_1, \; x''_1, \; x'''_1, \; \ldots \; x^{(n)}_1, \; \ldots,$$

ihre Wahrscheinlichkeiten resp. durch

$$p'_1, \; p''_1, \; p'''_1, \; \ldots \; p^{(n)}_1, \; \ldots,$$

und allgemein die möglichen Werthe von x_n durch

$$x'_n, \; x''_n, \; \ldots \; x^{(n)}_n, \; \ldots,$$

und ihre Wahrscheinlichkeiten resp. durch

$$p'_n, \; p''_n, \; \ldots \; p^{(n)}_n, \; \ldots$$

bezeichnet werden, wobei immer hinzuzudenken ist, daſs die wirklichen zufälligen Werthe von $x_1, \; x_2, \; \ldots \; x_n, \; \ldots$ von einander unabhängig seyen.

Eine Summe, die sich auf alle mögliche Werthe von x oder ihre Wahrscheinlichkeiten erstreckt, wollen wir durch die Charakteristik S, hingegen eine auf mehrere unbestimmte Gröſsen, z. B. $x_1, \; x_2, \; \ldots \; x_n, \; \ldots,$ oder auf die zufälligen Werthe, welche x bei einer Anzahl von Versuchen, Beobachtungen u. dgl. wirklich hat, sich beziehende Summe durch die Charakteristik Σ bezeichnen. So wird z. B. das Aggregat

$$x'p' + x''p'' + \ldots + x^{(n)}p^{(n)} + \ldots + x^{(r)}p^{(r)}$$

durch Sxp, hingegen, wenn $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n, \ldots \varepsilon_s$ die zufälligen Werthe von x bei s Versuchen sind, das Aggregat

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_n + \ldots + \varepsilon_s$$

durch $\Sigma\,\varepsilon_n$ ausgedrückt werden.

Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Werthe von x ist nothwendig $= 1$, also mufs man haben

$$p' + p'' + \ldots + p^{(r)} = 1 \quad \text{oder} \quad Sp = 1.$$

3.

Multiplicirt man jeden möglichen Werth von x in seine Wahrscheinlichkeit, so heifst die Summe dieser Producte oder Sxp der *mittlere Werth* von x, den wir durch K bezeichnen wollen. Eben so soll der mittlere Werth von x_n, oder $Sx_n p_n$, durch K_n bezeichnet werden.

Beispiele. a) Es sey x die Zahl, welche bei dem Wurfe eines Würfels mit sechs Seitenflächen, die resp. mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 bezeichnet sind, erscheint. Hier sind die möglichen Werthe von $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, und die Wahrscheinlichkeit eines jeden von ihnen ist $= \frac{1}{6}$, also der mittlere Werth von x

$$= \tfrac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \tfrac{1}{6} \cdot \frac{6 \cdot 7}{2} = \tfrac{7}{2} = 3\tfrac{1}{2}.$$

b) In einem Gefäfse seyen m Kugeln, von denen a mit Nro. 1, b mit Nro. 2, c mit Nro. 3 bezeichnet sind u. s. w.; so ist die Wahrscheinlichkeit, wenn man auf Gerathewohl eine Kugel herauszieht, eine mit Nro. 1, 2, 3, ... zu ergreifen, resp. $= \frac{a}{m}, \frac{b}{m}, \frac{c}{m}, \ldots$ Bezeichnet nun x die herauskommende Nummer, so ist der mittlere Werth von x

$$= \frac{1}{m}(a + 2b + 3c + \ldots).$$

c) Es könne Jemand bei einem gewissen Unternehmen entweder die Summe x', oder x'', oder x''' u. s. w. gewinnen, und die Wahrscheinlichkeit, daſs sich das Erste, das Zweite, das Dritte u. s. w. ereigne, sey resp. $= p'$, p'', p''' u. s. w.; so ist sein mittlerer Gewinn $= Sxp$. Es versteht sich von selbst, daſs dabei etwaiger Verlust als negativer Gewinn zu betrachten ist.

Zieht z. B. ein Unternehmen nothwendig entweder den Gewinn der Summe a, oder den Verlust der Summe b nach sich, und ist die Wahrscheinlichkeit des günstigen Erfolgs $= p$, also die des ungünstigen $= 1 - p$, so ist der mittlere Vortheil dabei $= ap - b(1 - p)$.

Der mittlere Vortheil in diesem Sinne heiſst auch *Esperance mathématique* (s. *Lapl. Essai philos. sur les Probab.* p. XIII.) im Gegensatze gegen die *Espérance morale*; erstere beruht auf dem absoluten, letztere auf dem relativen Werthe der gehofften Güter. Nach dem Principe des *Dan. Bernoulli* ist der relative Werth, den eine unendlich kleine Summe für eine gewisse Person hat, gleich dem absoluten Werthe dividirt durch das ganze Vermögen der Person. Nach diesem Principe hat *Laplace* im zehnten Capitel des zweiten Buchs der *Théorie analytique des Probab.* die Lehre von der *Espérance morale* behandelt.

d) Es kaufe sich Jemand eine Lebensrente, die am Ende jedes Jahres bis zu seinem Tode mit der Summe a zahlbar sey. Der Zinsfuſs werde durch q ausgedrückt, so daſs ein Gulden Capital nach einem Jahre q Gulden Capital und Zins gebe, und daher der Werth der Summe a auf n Jahre zurück discontirt $= \frac{a}{q^n}$ sey. Ist nun x die auf den Anfang zurück discontirte Summe aller Zahlungen der Casse an jene Person, so kann x verschiedene Werthe haben, die von der Lebensdauer der Per-

son abhängen. Stirbt sie während des ersten, des zweiten, des dritten, . . . des $(n+1)^{\text{ten}}$, . . . Jahres, so sind die Werthe von x resp.

$$0,$$

$$\frac{a}{q} = \frac{a(q-1)}{q(q-1)},$$

$$\frac{a}{q} + \frac{a}{q^2} = \frac{a(q^2-1)}{q^2(q-1)},$$

. . . .

$$\frac{a}{q} + \frac{a}{q^2} + \frac{a}{q^3} + \ldots + \frac{a}{q^n} = \frac{a(q^n-1)}{q^n(q-1)},$$

. . . .

Wird nun die Wahrscheinlichkeit, daſs die Person während des zweiten, des dritten, . . . des $(n+1)^{\text{ten}}$, . . . des r^{ten} Jahres sterbe, resp. durch p', p'', . . . $p^{(n)}$, . . . $p^{(r-1)}$ ausgedrückt, und vorausgesetzt, daſs sie nach r Jahren nicht mehr am Leben seyn könne, so ist der mittlere Werth von x

$$= \frac{a}{q-1}\left[\frac{p'(q-1)}{q} + \frac{p''(q^2-1)}{q^2} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + \frac{p^{(n)}(q^n-1)}{q^n} + \ldots + \frac{p^{(r-1)}(q^{r-1}-1)}{q^{r-1}}\right]$$

$$\text{oder} \;= \frac{a}{q-1}\, S\, \frac{p^{(n)}(q^n-1)}{q^n}.$$

4.

a) Die möglichen Werthe von x seyen so geordnet, daſs immer der folgende gröſser sey als der vorhergehende, nämlich $x'' > x'$, $x''' > x''$ u. s. w., und die Wahrscheinlichkeit, daſs x

$$> x', > x'', \ldots > x^{(n)}, > x^{(n+1)}, \ldots > x^{(r-1)}$$

sey, werde resp. durch

$$Y', Y'', \ldots Y^{(n)}, \quad Y^{(n+1)}, \ldots Y^{(r-1)}$$

ausgedrückt; so ist z. B. $Y^{(n)}$ gleich der Summe der

Wahrscheinlichkeiten aller derjenigen Werthe von x, die $> x^{(n)}$ sind, d. h.

$$Y^{(n)} = p^{(n+1)} + p^{(n+2)} + \ldots + p^{(r-1)} + p^{(r)},$$

und eben so

$$Y^{(n+1)} = p^{(n+2)} + \ldots\ldots + p^{(r-1)} + p^{(r)},$$

also $Y^{(n+1)}$ kleiner als $Y^{(n)}$ um $p^{(n+1)}$. Bezeichnet man $Y^{(n)} - Y^{(n+1)}$ durch $-\Delta Y^{(n+1)}$, also (da für einen Werth von x, der $< x'$ ist, $Y = 1$ ist)

$$1 - Y' \text{ durch } -\Delta Y',$$
$$Y' - Y'' \quad » \quad -\Delta Y'',$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

endlich (da $Y^{(r)} = 0$ ist)

$$Y^{(r-1)} \text{ durch } -\Delta Y^{(r)},$$

so ist

$$\Delta Y' = -p', \quad \Delta Y'' = -p'', \ldots$$
$$\Delta Y^{(n)} = -p^{(n)}, \ldots \Delta Y^{(r)} = -p^{(r)},$$

also wird man den mittleren Werth von x auch so ausdrücken können:

$$K = -(x' \Delta Y' + x'' \Delta Y'' + \ldots$$
$$\ldots + x^{(n)} \Delta Y^{(n)} + \ldots + x^{(r)} \Delta Y^{(r)})$$

oder $K = -Sx\Delta Y$.

b) Bezeichnet man $x'' - x'$ durch $\Delta x'$, $x''' - x''$ durch $\Delta x''$, ... $x^{(n+1)} - x^{(n)}$ durch $\Delta x^{(n)}$, ... $x^{(r)} - x^{(r-1)}$ durch $\Delta x^{(r-1)}$, so hat man für den mittleren Werth von x den Ausdruck:

$$K = x' + SY\Delta x.$$

Es ist nämlich

$$x'' = x' + \Delta x',$$
$$x''' = x' + \Delta x' + \Delta x'',$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x^{(n+1)} = x' + \Delta x' + \Delta x'' + \ldots + \Delta x^{(n)},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$x^{(r)} = x' + \Delta x' + \Delta x'' + \ldots + \Delta x^{(r-1)};$$

also nach der in Nro. 3 gegebenen Erklärung

$$\begin{aligned} K = x' (p' + p'' + \ldots + p^{(n)} + \ldots + p^{(r)}) \\ + \Delta x' (p'' + \ldots + p^{(n)} + \ldots + p^{(r)}) \\ + \Delta x'' (p''' + \ldots + p^{(n)} + \ldots + p^{(r)}) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + \Delta x^{(n)} (p^{(n+1)} + \ldots + p^{(r)}) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + \Delta x^{(r-1)} p^{(r)}, \end{aligned}$$

oder nach a)

$$\begin{aligned} K = x' Sp + Y' \Delta x' + Y'' \Delta x'' + \ldots \\ \ldots + Y^{(n)} \Delta x^{(n)} + \ldots + Y^{(r-1)} \Delta x^{(r-1)}, \end{aligned}$$

oder, da nach Nro. 2 $Sp = 1$ ist,

$$K = x' + SY\Delta x.$$

α) So ist in dem Beispiele Nro. 3, a) die Wahrscheinlichkeit, daſs $x > 1, > 2, > 3, > 4, > 5$ sey, resp. $= \frac{5}{6}, \frac{4}{6}, \frac{3}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}$; Δx ist hier durchgängig $= 1$, also

$$K = 1 + \tfrac{1}{6}(5+4+3+2+1) = 1 + \tfrac{1}{6} \cdot \frac{5.6}{2} = 1 + \tfrac{5}{2} = 3\tfrac{1}{2}.$$

β) In dem Beispiele Nro. 3, d) ist $x' = 0$, $\Delta x' = \frac{a}{q}$, $\Delta x'' = \frac{a}{q^2}, \ldots \Delta x^{(n)} = \frac{a}{q^n}, \ldots \Delta x^{(r-1)} = \frac{a}{q^{r-1}}$, also der mittlere bare Totalwerth der Lebensrente

$$= a\left(\frac{Y'}{q} + \frac{Y''}{q^2} + \ldots + \frac{Y^{(n)}}{q^n} + \ldots + \frac{Y^{(r-1)}}{q^{r-1}}\right)$$

$$\text{oder} \quad = aS\frac{Y^{(n)}}{q^n},$$

wo $Y', Y'', \ldots Y^{(n)}, \ldots Y^{(r-1)}$ die Wahrscheinlichkeit ausdrücken, daſs die Person nach dem ersten, dem zweiten, . . . dem n^{ten}, . . . dem $(r-1)^{\text{ten}}$ Jahre noch am Leben sey.

γ) Eben so läſst sich der mittlere bare Totalwerth einer Eherente ausdrücken, die nach Verfluſs eines jeden Jahres bis zu der Trennung der Eheleute durch den Tod mit einer Summe a zahlbar ist. Hier ist $Y^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit, daſs nach n Jahren beide noch leben werden, oder, wenn $y^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit, nach n Jahren noch zu leben, für den Mann, und $v^{(n)}$ dieselbe Wahrscheinlichkeit für die Frau ausdrückt, $Y^{(n)} = y^{(n)} v^{(n)}$; folglich jener mittlere Werth

$$= a S \frac{y^{(n)} v^{(n)}}{q^n},$$

wo die Summe von $n = 1$ bis zu demjenigen Werthe von n auszudehnen ist, für welchen entweder $y^{(n)}$ oder $v^{(n)} = 0$ wird.

δ) Eine Witwenpension sey vom Tode des Mannes bis zum Tode der Frau jährlich mit einer Summe a auszuzahlen, und x sey die Summe der auf die Zeit des Eintritts des Ehepaars in das Witweninstitut zurück discontirten Zahlungen der Casse; so läſst sich der mittlere Werth von x eben so ausdrücken, wie in β), wenn $Y^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, daſs am Ende des n^{ten} Jahres nach dem Eintritte der Mann schon todt, die Frau aber noch am Leben seyn werde; hier ist also $Y^{(n)} = (1 - y^{(n)}) v^{(n)}$ (ist für einen gewissen Werth von n als gewiſs anzunehmen, daſs nach n Jahren der Mann gestorben seyn werde, so ist der diesem Werthe von n entsprechende Werth von $y^{(n)} = 0$, also der entsprechende Werth von $Y^{(n)} = v^{(n)}$). Demnach ist der mittlere Werth von x

$$= a S \frac{(1 - y^{(n)}) v^{(n)}}{q^n}.$$

wo die Summe von $n = 1$ bis zu demjenigen Werthe von n auszudehnen ist, für welchen $v^{(n)} = 0$ wird.

ε) Auf eine Waisenpension, die einem jetzt t Jahre

alten Kinde nach dem Tode des Vaters, bis es ν Jahre als seyn wird, jährlich mit der Summe a ausgezahlt werden soll, läſst sich der in δ) gegebene Ausdruck ebenfalls anwenden, wenn $y^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, daſs der Vater, und $v^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit, daſs das Kind nach n Jahren noch am Leben seyn werde. Hier ist aber die Summe nur bis $n = \nu - t$ auszudehnen.

ε) Hat ein Ehepaar, das in ein Witweninstitut eintritt, naeh Verfluſs eines jeden Jahres bis zum Ende der Ehe einen Beitrag $= b$ zu entrichten, so ist der mittlere Werth der Summe dieser jährlichen Beiträge, wenn sie alle auf die Eintrittszeit zurück discontirt werden,

$$= b\,S\,\frac{y^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}.$$

Werden aber die jährlichen Beiträge verschuſsweise, nämlich der erste gleich bei dem Eintritte, und die übrigen am Anfange eines jeden Jahres bezahlt, so ist für diesen Fall $x' = b$, also jener mittlere Werth

$$= b\left(1 + S\,\frac{y^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}\right).$$

5.

Wird die Wahrscheinlichkeit, daſs x

nicht $> x'$, nicht $> x''$, ... nicht $> x^{(n)}$, ... nicht $> x^{(r-1)}$

sey, resp. durch

$$Z',\ Z'',\ \ldots\ Z^{(n)},\ \ldots\ Z^{(r-1)}$$

ausgedrückt (die Wahrscheinlichkeit, dafs x nicht $> x^{(r)}$ sey, ist $= 1$), und bezeichnet man $Z^{(n+1)} - Z^{(n)}$ durch $\Delta Z^{(n+1)}$, also (da für einen Werth von x, der $< x'$ ist, $Z = 0$ ist)

$$Z' \text{ durch } \Delta Z',$$

$$Z'' - Z' \text{ durch } \Delta Z'',$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$1 - Z^{(r-1)} \text{ durch } \Delta Z^{(r)};$$

so ist

$$Z^{(n)} = 1 - Y^{(n)}, \quad \Delta Z^{(n+1)} = - \Delta Y^{(n+1)},$$

folglich nach Nro. 4, a)

$$K = S x \Delta Z,$$

und nach Nro. 4, b)

$$K = x' + S(1 - Z)\Delta x = x' + S\Delta x - SZ\Delta x$$

wo $S\Delta x = \Delta x' + \Delta x'' + \ldots + \Delta x^{(r-1)} = x^{(r)} - x'$ ist, also

$$K = x^{(r)} - SZ\Delta x.$$

So ist in dem Beispiele Nro. 3, a) die Wahrscheinlichkeit, dafs x nicht > 1, nicht > 2, nicht > 3, nicht > 4, nicht > 5 sey, resp. $= \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$, also

$$K = 1 - \frac{1+2+3+4+5}{6} = 6 - \frac{5}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

6.

Ist $x = A + x_1$, wo A eine bestimmte Gröfse bezeichnet, so ist der mittlere Werth von $x = A + K_1$.

Denn die möglichen Werthe von x sind

$$A + x'_1, \quad A + x''_1, \quad \ldots \quad A + x^{(n)}_1, \quad \ldots,$$

und ihre Wahrscheinlichkeiten resp.

$$p'_1, \quad p''_1, \quad \ldots \quad p^{(n)}_1, \quad \ldots,$$

also der mittlere Werth von x nach der in Nro. 3 gegebenen Erklärung

$$K = (A + x'_1)p'_1 + (A + x''_1)p''_1 + \ldots$$
$$\ldots + (A + x^{(n)}_1)p^{(n)}_1 + \ldots$$
$$= ASp_1 + Sx_1p_1,$$

oder, da $Sp_1 = 1$ ist,

$$K = A + K_1.$$

Es versteht sich von selbst, daſs das von einem Aggregate Gesagte auch von einer Differenz gilt. So ist der mittlere Werth von $x_1 - K_1$

$$= K_1 - K_1 = 0.$$

Beisp. a) Wird die mit der Summe a jährlich zahlbare Lebensrente durch eine Einlage $= A$ begründet, so ist der mittlere bare Vortheil der Casse nach Nro. 3, d)

$$= A - \frac{a}{q-1} S \frac{p^{(n)}(q^n - 1)}{q^n},$$

oder nach Nro. 4, β)

$$= A - a S \frac{Y(n)}{q^n},$$

oder der mittlere Vortheil des Käufers

$$= a S \frac{Y(n)}{q^n} - A.$$

Soll dieser mittlere Vortheil $= 0$ seyn, so muſs die Einlage $A = a S \frac{Y(n)}{q^n}$ seyn.

Dieſs läſst sich auch auf Witwen- und Waisenpensionen anwenden.

b) Bezahlt ein Ehepaar bei dem Eintritte in ein Witweninstitut ein Antrittsgeld $= A$, und auſserdem bis zum Ende der Ehe einen jährlichen nachträglichen Beitrag $= b$, so ist der mittlere bare Werth der gesammten Einnahme der Casse von diesem Ehepaare nach Nro. 4, ε)

$$= A + b S \frac{y^{(n)} u^{(n)}}{q^n}.$$

7.

Ist $x = x_1 + x_2$, so ist der mittlere Werth von x $= K_1 + K_2$. Denn die Wahrscheinlichkeit, daſs x_1 den Werth x'_1, und zugleich x_2 den Werth x'_2, x''_2, x'''_2, ... habe, ist resp.

$$= p'_1\, p'_2, \quad p'_1\, p''_2, \quad p'_1\, p'''_2, \; \ldots;$$

die diesen Annahmen entsprechenden Werthe von x sind resp.

$$x'_1 + x'_2,\ x'_1 + x''_2,\ x'_1 + x'''_2, \ldots$$

Multiplicirt man die Wahrscheinlichkeit jeder von diesen Annahmen in den entsprechenden Werth von x, so ist das Aggregat der Producte

$$k' = p'_1\, x'_1\, S p_2 + p'_1\, S x_2 p_2 = p'_1\, (x'_1 + K_2).$$

Addirt man zu k' die analogen Aggregate für x''_1, x'''_1, . . ., nämlich

$$k'' = p''_1\, (x''_1 + K_2),\quad k''' = p'''_1\, (x'''_1 + K_2), \ldots,$$

so ist $k' + k'' + k''' + \ldots$ gleich dem mittleren Werthe K von x nach der in Nro. 3 gegebenen Erklärung, also

$$K = S x_1 p_1 + K_2 S p_1 = K_1 + K_2.$$

Es ist hier offenbar gleichgültig, ob derselbe Werth von x immer nur in *einem* oder in mehreren von den Aggregaten k', k'', k''', . . . vorkommt. Das Letztere wird der Fall seyn, wenn z. B. sowohl $x_1^{(m)} + x_2^{(n)}$ als auch $x_1^{(\mu)} + x_2^{(\nu)} = a$ ist, da denn die Wahrscheinlichkeit, dafs x den Werth a habe,

$$= p_1^{(m)}\quad p_2^{(n)} + p_1^{(\mu)}\quad p_2^{(\nu)} \quad \text{ist.}$$

Ist $x = x_1 + x_2 + x_3$, so ist nach dem Vorhergehenden der mittlere Werth K von x gleich dem mittleren Werthe von $x_1 + x_2$ sammt dem mittleren Werthe K_3 von x_3; aber der mittlere Werth von $x_1 + x_2$ ist nach dem so eben Bewiesenen $= K_1 + K_2$, folglich

$$K = K_1 + K_2 + K_3.$$

Eben so ist allgemein, wenn x ein Aggregat von s Gliedern $= x_1 + x_2 + \ldots + x_s$ ist, der mittlere Werth von x

$$= K_1 + K_2 + \ldots + K_s.$$

Sind die möglichen Werthe von x_1 nebst ihren Wahrscheinlichkeiten dieselben, wie die von x_2, x_3, ... x_s, so ist der mittlere Werth von $x = sK_1$.

Beisp. a) Bezeichnet x die Summe der Zahlen, die man mit s Würfeln von der gewöhnlichen Gestalt auf ein Mal, oder mit *einem* Würfel auf s Male, oder mit zwei Würfeln auf $\frac{s}{2}$ Male wirft, u. s. w., so ist der mittlere Werth von $x = \frac{s \cdot 7}{2}$.

b) Es habe x in Beziehung auf eine Wittwenpension dieselbe Bedeutung, wie in Nro. 4, δ); ferner sey x_1 die gesammte auf die Eintrittszeit zurück discontirte Ausgabe der Casse bei einer Lebensrente, welche der Frau vom Eintritte an bis zu ihrem Tode jährlich mit der Summe a zahlbar wäre, und x_2 dasselbe bei einer vom Eintritte an bis zum Ende der Ehe jährlich mit derselben Summe a zahlbaren Eherente; so ist offenbar $x = x_1 - x_2$. Nun ist nach Nro. 4, β) und γ), wenn man die dortigen Bezeichnungen beibehält, der mittlere Werth von $x_1 = aS\frac{v^{(n)}}{q^n}$, und der mittlere Werth von x_2 $= aS\frac{\gamma^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}$, folglich der mittlere Werth von x

$$= a\left(S\frac{v^{(n)}}{q^n} - S\frac{\gamma^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}\right) \text{ oder } = aS\frac{v^{(n)}}{q^n}(1 - \gamma^{(n)}),$$

wie auch in Nro. 4, δ) gefunden worden ist.

Entrichtet das Ehepaar beim Eintritte ein Antrittsgeld $= A$, und außerdem bis zum Ende der Ehe einen jährlichen nachträglichen Beitrag b, so ist der mittlere bare Vortheil der Casse (s. Nro. 6, b)

$$= A - aS\frac{v^{(n)}}{q^n} + (b + a)\,S\frac{\gamma^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}.$$

Soll dieser mittlere Vortheil $= 0$ seyn, so muſs

$$A + bS\frac{y^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n} = aS\frac{v^{(n)}}{q^n}\,(1 - y^{(n)})$$

seyn. Sind von den Gröſsen a, A, b zwei gegeben, so läſst sich mittelst dieser Gleichung die dritte finden, wenn der Zinsfuſs bekannt ist, und wenn man die Wahrscheinlichkeiten $y^{(n)}$, $v^{(n)}$ als durch die Sterblichkeitstafeln bekannt voraussetzt.

Wird der jährliche Beitrag vorschuſsweise erlegt, so muſs man an die Stelle von $bS\frac{y^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}$ setzen

$$b\left(1 + S\frac{y^{(n)}\,v^{(n)}}{q^n}\right).$$

Das hier in Beziehung auf Witwenpensionen Gesagte läſst sich mit wenigen Abänderungen auch auf Waisenpensionen anwenden.

8.

Wenn x dem Producte $x_1 x_2$ gleich ist, so wird der mittlere Werth von $x = K_1 K_2$ seyn.

Es ist nämlich die Wahrscheinlichkeit, daſs x_1 den Werth x'_1 und zugleich x_2 den Werth x'_2, x''_2, x'''_2, . . . habe, resp. $= p'_1\,p'_2$, $p'_1\,p''_2$, $p'_1\,p'''_2$, . . . Multiplicirt man die Wahrscheinlichkeit jeder von diesen Annahmen in den entsprechenden Werth von x, so ist das Aggregat dieser Producte

$$k' = p'_1\,x'_1\,S p_2 x_2 = p'_1\,x'_1\,K_2.$$

Addirt man zu k' die analogen Aggregate für $x_1 = x''_1$, für $x_1 = x'''_1$, u. s. w., nämlich

$$k'' = p''_1\,x''_1\,K_2,\quad k''' = p'''_1\,x'''_1\,K_2,\ .\ .\ .,$$

so ist $k' + k'' + k''' + \ldots$ gleich dem mittlern Werthe K von x, also

$$K = S p_1 x_1 K_2 = K_1 K_2.$$

Man sieht leicht, daſs eben so der mittlere Werth eines Products aus s Factoren $x_1, x_2, \ldots x_s$ dem Producte aus den mittlern Werthen $K_1, K_2, \ldots K_s$ dieser Factoren gleich ist.

Sind die möglichen Werthe von x_1 nebst ihren Wahrscheinlichkeiten dieselben, wie die von $x_2, x_3, \ldots x_s$, so ist der mittlere Werth des Products $= K^s$.

Wenn man z. B. die Zahlen, die mit zwei Würfeln von der gewöhnlichen Gestalt geworfen werden, in einander multiplicirt, so ist der mittlere Werth des Products

$$= (\tfrac{7}{2})^2 = \tfrac{49}{4} = 12\tfrac{1}{4}.$$

9.

a) Aus dem in Nro. 7. und 8. Bewiesenen erhellt, daſs man den mittlern Werth eines Aggregats von Producten wie $x_1 x_2$, $x_3 x_4$ u. s. w., wo jede unbestimmte Gröſse nur in *einem* von den Producten vorkommt, findet, wenn man in jedem Producte für jede unbestimmte Gröſse ihren mittlern Werth setzt, und die so erhaltenen Producte addirt. So ist z. B. der mittlere Werth von $x_1 x_2 + x_3 x_4$

$$= K_1 K_2 + K_3 K_4.$$

b) Der mittlere Werth K des Aggregats

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 = x_1 (x_2 + x_3)$$

ist nach Nro. 8. gleich dem Producte aus dem mittlern Werthe K_1 von x_1 in den mittlern Werth von $x_2 + x_3$; dieser letztere ist nach Nro. 7. $= K_2 + K_3$; also

$$K = K_1 K_2 + K_1 K_3.$$

So ist überhaupt der mittlere Werth eines Aggregats von Producten, in deren jedem dieselbe unbestimmte Gröſse x_1 mit einer oder mehreren andern unbestimmten Gröſsen multiplicirt ist, aber so, daſs jede von den übrigen unbestimmten Gröſsen nur in *einem* von den

Producten vorkommt, gleich einem Aggregate von Producten, die man erhält, wenn man in jedem von jenen Producten für jede unbestimmte Gröſse ihren mittlern Werth substituirt.

c) Nun sey $x = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3$.

Die Wahrscheinlichkeit, daſs $x_1 = x'_1$, $x_2 = x'_2$, und zugleich $x_3 = x'_3$, x''_3, x'''_3, . . . sey, ist resp.

$$= p'_1 p'_2 p'_3, \; p'_1 p'_2 p''_3, \; p'_1 p'_2 p'''_3, \; . \; . \; .$$

Multiplicirt man die Wahrscheinlichkeit jeder von diesen Annahmen in den entsprechenden Werth von x, so ist das Aggregat dieser Producte

$$= p'_1 p'_2 (x'_1 x'_2 S p_3 + x'_1 S p_3 x_3 + x'_2 S p_3 x_3)$$
$$= p'_1 p'_2 (x'_1 x'_2 + x'_1 K_3 + x'_2 K_3).$$

Addirt man hiezu die analogen Gröſsen für $x_2 = x''_2$, $x_2 = x'''_2$ u. s. w. (mit Beibehaltung desselben Werthes für x_1), so erhält man

$$p'_1 (x'_1 S p_2 x_2 + x'_1 K_3 S p_2 + K_3 S p_2 x_2)$$
$$= p'_1 (x'_1 K_2 + x'_1 K_3 + K_2 K_3).$$

Addirt man hiezu die analogen Gröſsen für $x_1 = x''_1$, $x_1 = x'''_1$ u. s. w., so ist das Aggregat gleich dem mittlern Werthe K von x; demnach ist

$$K = K_2 S p_1 x_1 + K_3 S p_1 x_1 + K_2 K_3 S p_1$$
$$= K_1 K_2 + K_1 K_3 + K_2 K_3,$$

oder gleich dem Aggregate der Producte, die man erhält, wenn man in jedem von den Producten $x_1 x_2$, $x_1 x_3$, $x_2 x_3$, aus denen x besteht, für jede unbestimmte Gröſse ihren mittlern Werth setzt.

d) Dieſs läſst sich, wie man leicht sieht, auf jedes Aggregat von Producten, die sich durch Combination irgend einer Anzahl von unbestimmten Gröſsen x_1, x_2, x_3, . . . bilden lassen, ausdehnen. Um den mittlern Werth eines solchen Aggregats zu finden, darf man nur

in jedem Producte für jede unbestimmte Gröſse ihren mittlern Werth substituiren, und die so erhaltenen Producte addiren.

Multiplicirt man z. B. je zwei von s unbestimmten Gröſsen $x_1, x_2, \ldots x_s$ in einander, so ist der mittlere Werth der Summe dieser Producte, die ich der Kürze wegen durch $\Sigma x_n x_{n'}$ bezeichnen will,

$$= \Sigma K_n K_{n'},$$

oder, wenn die mittlern Werthe von $x_1, x_2, \ldots x_s$ einander gleich sind,

$$= \frac{s(s-1)}{2} K_1^2.$$

10.

a) Nun sey $X = fx$, wo fx eine Function von x bezeichnet, die so beschaffen ist, daſs allen möglichen Werthen von x reelle Werthe von fx entsprechen. Multiplicirt man die Wahrscheinlichkeiten, daſs $x = x'$, x'', x''' . . . sey, resp. in die entsprechenden Werthe von X, so ist die Summe dieser Producte nach der in Nro. 3. gegebenen Erklärung dem mittlern Werthe V von X gleich. Demnach ist

$$V = p'fx' + p''fx'' + p'''fx''' + \ldots$$
$$\text{oder} \quad V = Spfx,$$

wo die Summe auf alle mögliche Werthe von x auszudehnen ist.

So ist z. B. der mittlere Werth von x^2

α) in dem Beispiele Nro. 3, a)

$$= \tfrac{1}{6}(1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36) = \tfrac{91}{6} = 15\tfrac{1}{6};$$

β) in dem Beispiele Nro. 3, b)

$$= \frac{1}{m}(a + 4b + 9c + \ldots);$$

γ) in dem Beispiele Nro. 3, c)

$$= a^2 p + b^2 (1 - p);$$

δ) in dem Beispiele Nro. 3, d)

$$= \frac{a^2}{(q-1)^2} S \frac{p^{(n)}}{q^{2n}} (q^n - 1)^2.$$

b) Es macht dabei offenbar keinen Unterschied, ob derselbe Werth von X nur *einem* oder mehreren möglichen Werthen von x entspricht. Es sey z. B. $X = x^2$, und die möglichen Werthe von x seyen

$$-a, \; -b, \; -c, \ldots \; +a, \; +b, \; +c, \ldots,$$

und ihre Wahrscheinlichkeiten resp.

$$A, \; B, \; C, \ldots \; \mathfrak{A}, \; \mathfrak{B}, \; \mathfrak{C}, \ldots;$$

so ist

$$Spfx = Spx^2 = Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + \ldots$$
$$\ldots + \mathfrak{A}a^2 + \mathfrak{B}b^2 + \mathfrak{C}c^2 + \ldots$$

oder

$$= a^2(A + \mathfrak{A}) + b^2(B + \mathfrak{B}) + c^2(C + \mathfrak{C}) + \ldots,$$

d. h. gleich der Summe der Producte jedes möglichen Werthes von X in seine Wahrscheinlichkeit; denn die möglichen Werthe von X sind hier a^2, b^2, c^2, ..., und ihre Wahrscheinlichkeiten resp. $A + \mathfrak{A}$, $B + \mathfrak{B}$, $C + \mathfrak{C}$, ...

c) Hat jeder mögliche positive Werth von x mit dem negativen, der ihm numerisch gleich ist, einerlei Wahrscheinlichkeit, d. h. ist $A = \mathfrak{A}$, $B = \mathfrak{B}$, $C = \mathfrak{C}$, u. s. w., so ist der mittlere Werth von x^2

$$= 2(a^2 A + b^2 B + c^2 C + \ldots);$$

der mittlere Werth von x ist in diesem Falle $= 0$, und eben so der mittlere Werth jeder ungeraden Potenz von $x = 0$.

11.

a) Da nach Nro. 4 und 5, wenn man die dortigen Bezeichnungen beibehält, $p^{(n)} = -\Delta Y^{(n)} = \Delta Z^{(n)}$ ist, so läſst sich der mittlere Werth von X auch so aus-

drücken:

$$V = - Sfx \,.\, \Delta Y \quad \text{oder} \quad V = Sfx \,.\, \Delta Z.$$

b) Ist die Function fx so beschaffen, daſs innerhalb der Grenzen, zwischen welchen alle mögliche Werthe von x liegen, X immer mit x zugleich wächst oder abnimmt, so ist die Wahrscheinlichkeit, daſs X z. B. $> fx^{(n)}$ sey, gleich der Wahrscheinlichkeit $Y^{(n)}$, daſs $x > x^{(n)}$ sey, und eben so die Wahrscheinlichkeit, daſs X nicht $> fx^{(n)}$ sey, gleich der Wahrscheinlichkeit $Z^{(n)}$, daſs x nicht $> x^{(n)}$ sey. Daher hat man nach Nro. 4, b), wenn man das dort Bewiesene auf X anwendet, für den mittlern Werth von X den Ausdruck:

$$V = fx' + SY\Delta \,.\, fx,$$

wo z. B. $\Delta \,.\, fx^{(n)} = fx^{(n+1)} - fx^{(n)}$ ist.

Eben so ist nach Nro. 5.

$$V = fx^{(r)} - SZ\Delta \,.\, fx.$$

Dieſs gilt z. B. für ungerade Potenzen von x in jedem Falle, und für gerade Potenzen von x in dem Falle, wenn alle mögliche Werthe von x positiv sind.

Auf den Fall, wenn x sowohl positive als negative Werthe haben kann, läſst es sich für gerade Potenzen von x ausdehnen, wenn man unter $Y^{(n)}$ oder $Z^{(n)}$ die Wahrscheinlichkeit versteht, daſs x ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen gröſser odor nicht gröſser als $x^{(n)}$ sey. Ist nämlich $X = x^m$, wo m eine gerade Zahl bedeutet, so ist X gröſser oder kleiner als $(x^{(n)})^m$, je nachdem x ohne Rücksicht auf das Zeichen gröſser oder kleiner als $x^{(n)}$ ist; daher ist die Wahrscheinlichkeit, daſs $X > (x^{(n)})^m$ sey, $= Y^{(n)}$, und die Wahrscheinlichkeit, daſs X nicht $> (x^{(n)})^m$ sey, $= Z^{(n)}$, mithin wieder nach Nro. 4, b)

$$V = (x')^m + SY\Delta \,.\, x^m,$$

und nach Nro. 5.

$$V = (x^{(r)})^m - SZ\Delta \,.\, x^m,$$

wo x' den kleinsten, $x^{(r)}$ den gröſsten möglichen Werth von x, die Werthe ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen, bedeutet.

Beisp. α) Nimmt man $X = x^2$ in dem Beispiele Nro. 3, a), so sind die Werthe von Y', Y'' u. s. w.

$$= \tfrac{5}{6},\ \tfrac{4}{6},\ \tfrac{3}{6},\ \tfrac{2}{6},\ \tfrac{1}{6},$$

und die entsprechenden Werthe von $\Delta \,.\, x^2$

$$= 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11;$$

x' ist hier $= 1$, also

$$V = 1 + \frac{15 + 20 + 21 + 18 + 11}{6} = 1 + \tfrac{85}{6} = \tfrac{91}{6} = 15\tfrac{1}{6}.$$

Ferner sind die Werthe von Z', Z'' u. s. w.

$$= \tfrac{1}{6},\ \tfrac{2}{6},\ \tfrac{3}{6},\ \tfrac{4}{6},\ \tfrac{5}{6},$$

und $x^{(r)} = 6$, also

$$V = 36 - \frac{3 + 10 + 21 + 36 + 55}{6} = 36 - \tfrac{125}{6},$$

d. i. wieder $= \tfrac{91}{6}$.

β) In dem Beispiele von den Lebensrenten Nro. 3, d) und Nro. 4, β) hat man

$$x' = 0,\ x'' = \frac{a}{q},\ \ldots\ x^{(n)} = \frac{a\,(q^{n-1} - 1)}{q^{n-1}\,(q-1)},\ \Delta\, x^{(n)} = \frac{a}{q^n},$$

folglich $\Delta \,.\, (x^{(n)})^2$ oder $2\, x^{(n)}\, \Delta\, x^{(n)} + (\Delta\, x^{(n)})^2$

$$= \frac{a^2}{q^{2n}} \left(\frac{2\,(q^n - q)}{q-1} + 1 \right) = \frac{a^2\,(2q^n - q - 1)}{q^{2n}\,(q-1)};$$

daher ist der mittlere Werth von x^2

$$= \frac{a^2}{q-1}\, S\, \frac{Y^{(n)}}{q^{2n}}\, (2q^n - q - 1).$$

Auf ähnliche Art läſst sich der mittlere Werth von x^2 in den Beispielen Nro. 4, γ) — ε) ausdrücken.

12.

a) Ist $X = f x_1 + F x_2$, wo $F x_2$ eine Function von x_2 bezeichnet, die ebenfalls so beschaffen ist, daſs allen möglichen Werthen von x^2 reelle Werthe von $F x_2$ entsprechen, so folgt aus Nro. 7. und 10, daſs der mittlere Werth V von X

$$= S p_1 f x_1 + S p_2 F x_2$$

ist. So auch bei einem Aggregate von mehr als zwei dergleichen Gliedern.

Es sey z. B. $X = \Sigma x_n^2 = x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_s^2$, so wird der mittlere Werth von X seyn

$$V = S p_1 x_1^2 + S p_2 x_2^2 + \ldots + S p_s x_s^2,$$

oder, wenn man allgemein $S p_n x_n^2 = K'_n$ setzt,

$$V = \Sigma K'_n,$$

oder, wenn die möglichen Werthe und ihre Wahrscheinlichkeiten für alle unbestimmte Gröſsen $x_1, x_2, \ldots x_s$ dieselben sind, und daher $K'_1, K'_2, \ldots K'_n, \ldots K'_s$ einerlei Werth $= K'$ hahen,

$$V = s K'.$$

b) Ist $X = f x + F x$, so ist, da man $f x + F x$ als *eine* Function von x betrachten kann, nach Nro. 10. der mittlere Weath von X

$$= S p (f x + F x) = S p f x + S p F x,$$

d. h. gleich dem mittlern Werthe von $f x$ sammt dem mittlern Werthe von $F x$.

So ist z. B. der mittlere Werth von $x^2 - 2 a x$

$$= K' - 2 a K,$$

wenn man den mittlern Werth von x^2 durch K' bezeichnet, und daher nach Nro. 6. der mittlere Werth von $(x - a)^2$ oder von $x^2 - 2 a x + a^2$

$$= K' - 2 a K + a^2.$$

Setzt man $a = K$, so erhält man den mittlern Werth von $(x - K)^2$

$$= K' - K^2.$$

Da der mittlere Werth des Quadrats $(x - K)^2$ offenbar nothwendig eine positive Gröſse ist, so erhellt hieraus, daſs K' oder $S p x^2$ gröſser als K^2 oder als $(S p x)^2$ seyn muſs.

c) Das in Nro. 8. von dem mittlern Werthe eines Products und in Nro. 9. von dem mittlern Werthe eines Aggregats von Producten aus unbestimmten Gröſsen x_1, x_2, . . . Gesagte (daſs man nämlich nur für jede unbestimmte Gröſse ihren mittlern Werth substituiren dürfe), läſst sich offenbar auch auf Producte aus Functionen der unbestimmten Gröſsen ausdehnen, vorausgesetzt, daſs in jeder Function nur *eine* unbestimmte Gröſse vorkomme, und daſs jede Function einer von den unbestimmten Gröſsen nicht mit einer Function derselben unbestimmten Gröſse, sondern mit Functionen anderer unbestimmter Gröſsen (oder mit einer bestimmten Gröſse) multiplicirt werde.

α) So ist z. B. der mittlere Werth eines Aggregats von Gliedern wie $A x_1^a x_2^b x_3^c$ . . . gleich einem Aggregate von Gliedern wie

$$A S p_1 x_1^a S p_2 x_2^b S p_3 x_3^c \ldots .$$

β) Der mittlere Werth von $(\Sigma x_n)^2$ ist gleich dem mittlern Werthe von Σx_n^2 sammt dem mittlern Werthe von $2 \Sigma x_n x_{n'}$, d. h.

$$= \Sigma K_n' + 2 \Sigma K_n K_{n'},$$

wenn man die in Nro. 9, d) und in Nro. 12, a) gebrauchten Bezeichnungen beibehält. Sind die möglichen Werthe und ihre Wahrscheinlichkeiten für alle unbestimmte Gröſsen dieselben, so ist der mittlere Werth von $(\Sigma x_n)^2$

$$= s K' + s (s - 1) K^2.$$

γ) Eben so ist der mittlere Werth von $(\Sigma x_n - \Sigma K_n)^2$ oder von $[\Sigma(x_n - K_n)]^2$ gleich dem mittlern Werthe von $\Sigma(x_n - K_n)^2$ sammt dem doppelten mittlern Werthe von $\Sigma(x_n - K_n)(x_{n'} - K_{n'})$; der erstere ist nach a) und b) $= \Sigma(K'_n - K_n^2)$, und der letztere ist $= 0$, weil der mittlere Werth eines jeden von den Factoren $x_1 - K_1$, $x_2 - K_2$, ... $= 0$ ist; folglich ist der mittlere Werth von $(\Sigma x_n - \Sigma K_n)^2$

$$= \Sigma(K'_n - K_n^2).$$

Dasselbe läfst sich auch so finden: der mittlere Werth von $(\Sigma x_n - \Sigma K_n)^2$ ist gleich dem mittlern Werthe von $(\Sigma x_n)^2$ sammt dem mittlern Werthe von $-2\Sigma x_n \Sigma K_n + (\Sigma K_n)^2$; der erstere ist

$$= \Sigma K'_n + 2\Sigma K_n K_{n'},$$

und der letztere ist

$$= -(\Sigma K_n)^2 = -\Sigma K_n^2 - 2\Sigma K_n K_{n'},$$

also der mittlere Werth von $(\Sigma x_n - \Sigma K_n)^2$

$$= \Sigma K'_n - \Sigma K_n^2.$$

Sind die möglichen Werthe und ihre Wahrscheinlichkeiten für alle unbestimmte Gröfsen dieselben, so ist der mittlere Werth von $(\Sigma x_n - sK)^2$

$$= s(K' - K^2).$$

δ) Es habe in Betreff der möglichen Werthe von x_1 und ihrer Wahrscheinlichkeiten der in Nro. 10, c) angeführte Fall Statt, so dafs der mittlere Werth jeder ungeraden Potenz von $x_1 = 0$ sey, und für x_2, x_3, ... x_s seyen die möglichen Werthe und ihre Wahrscheinlichkeiten dieselben, wie für x.

Für diesen Fall ist der mittlere Werth von $(\Sigma x_n)^2 = sK'$. Sucht man für denselben Fall den mittlern Werth von $(\Sigma x_n)^4$, so braucht man in der Entwicklung von $(\Sigma x_n)^4$ nur diejenigen Glieder zu berück-

sichtigen, in welchen keine ungerade Potenz von einer unbestimmten Gröſse vorkommt, weil der mittlere Werth eines jeden Products, in dem einer oder mehrere Factoren ungerade Potenzen sind, $= 0$ ist (nach Nro. 8). Man darf also nur den mittlern Werth von $\Sigma x_n^4 + 6 \Sigma x_n^2 x_{n'}^2$ nehmen. Dieser ist

$$= s K''' + 3 s (s-1) K'^2,$$

wenn man $S p_1 x_1^4 = S p_2 x_2^4 \ldots = S p_s x_s^4$ durch K''' bezeichnet.

ε) Für denselben Fall ist der mittlere Werth von $\Sigma x_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma x_n)^2$

$$= (s-1) K'.$$

Der mittlere Werth V' des Quadrats von $\Sigma x_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma x_n)^2$ ist gleich dem Aggregate der mittlern Werthe

I. von $(\Sigma x_n^2)^2$ oder von $\Sigma x_n^4 + 2 \Sigma x_n^2 x_{n'}^2$,

II. von $- \frac{2}{s} \Sigma x_n^2 (\Sigma x_n)^2$, wobei man nur $- \frac{2}{s} (\Sigma x_n^2)^2$ zu berücksichtigen braucht,

III. von $\frac{1}{s^2} (\Sigma x_n)^4$.

Der erste ist $= \quad s K''' + s (s-1) K'^2$,
der zweite $= - 2 K''' - 2 (s-1) K'^2$,
der dritte $= \frac{1}{s} K''' + \frac{3(s-1)}{s} K'^2$.

Addirt man diese zusammen, so erhält man

$$V' = \frac{(s-1)^2}{s} K''' + \left(s - 2 + \frac{3}{s}\right) (s-1) K'^2.$$

13.

Die Wichtigkeit der mittleren Werthe bei manchen Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung beruht hauptsächlich darauf, daſs das arithmetische Mittel aus den zufälligen Werthen von x bei einer groſsen Anzahl

von Versuchen, Beobachtungen u. dgl. sich dem mittlern Werthe K nähert.

a) Nämlich je gröſser die Anzahl s der Versuche ist, desto wahrscheinlicher ist es, daſs das Verhältniſs der Anzahl derjenigen unter denselben, bei welchen x z. B. den Werth x' hat, zu der Anzahl s aller Versuche von der Wahrscheinlichkeit p' des Werths x' wenig verschieden seyn werde, und zwar kann man nach dem bekannten Satze des *Jac. Bernoulli* s immer so groſs nehmen, daſs die Wahrscheinlichkeit, daſs jenes Verhältniſs sich von p' nicht über gegebene, auch noch so enge, Grenzen hinaus entfernen werde, der Gewiſsheit so nahe komme als man will. Dasselbe gilt auch für die übrigen möglichen Werthe von x. Wäre nun genau das Verhältniſs der Anzahl derjenigen Versuche, bei welchen x den Werth x', x'', x''', ... $x^{(r)}$ hat, zu s resp. $= p'$; p'', p''', ... $p^{(r)}$ (was bei einer unendlichen Anzahl von Versuchen der Fall seyn würde), so wäre die Summe der zufälligen Werthe $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n, \ldots \varepsilon_s$ von x bei den s Versuchen

$$= x'p's + x''p''s + x'''p'''s + \ldots + x^{(r)}p^{(r)}s$$
$$= sSxp = sK,$$

also das arithmetische Mittel aus den zufälligen Werthen dem mittlern Werthe K gleich.

b) Aus dem Vorhergehenden sieht man schon, daſs um so eher zu erwarten ist, $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n$ werde von K wenig verschieden seyn, je gröſser s ist, und daſs man bei einer groſsen Anzahl von Versuchen näherungsweise $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n = K$ setzen kann. Will man aber die Sache näher betrachten, so muſs man untersuchen, mit welcher Genauigkeit $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n = K$ gesetzt werden könne, oder wie

grofs die Unsicherheit dieser Annahme sey. Diefs kann nun auf verschiedene Arten geschehen.

Gaufs hat in der *Theoria comb. obs.* (zunächst in Beziehung auf die aus Beobachtungen abgeleiteten Bestimmungen) den Grundsatz aufgestellt, dafs die Unsicherheit einer Bestimmung nach dem mittlern Werthe M^2 des Quadrats des dabei zu befürchtenden Fehlers zu schätzen sey, oder dafs eine Bestimmung als desto genauer anzusehen sey, je kleiner bei derselben M^2 sey; er setzt nämlich die Genauigkeit einer Bestimmung der Quadratwurzel M aus dem mittlern Werthe des Quadrats des dabei zu befürchtenden Fehlers umgekehrt proportional. Nehmen wir diesen Grundsatz an, so können wir leicht vermittelst der obigen Sätze die Unsicherheit der Annahme $\Sigma\varepsilon_n = sK$ oder $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n = K$ bestimmen.

Setzt man $\Sigma\varepsilon_n = sK$, so ist das Quadrat des Fehlers dieser Annahme in Beziehung auf $\Sigma\varepsilon_n$

$$= (\Sigma\varepsilon_n - sK)^2,$$

wo jede von den Gröfsen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_s$ jeden von den möglichen Werthen $x', x'', \ldots x^{(r)}$ von x haben kann, und nothwendig einen von denselben haben mufs; folglich ist der mittlere Werth M^2 jenes Quadrats nach Nro. 12, γ)

$$= s\,(K' - K^2),$$

wo $K' = Sx^2p$ oder gleich dem mittlern Werthe des Quadrats von x ist. Setzt man die nothwendig positive Gröfse $K' - K^2 = L^2$, so ist $M^2 = sL^2$, oder M in Beziehung auf $\Sigma\varepsilon_n$

$$= L\sqrt{s}.$$

Das Quadrat des Fehlers der Annahme $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n = K$ in Beziehung auf $\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n$ ist

$$= \left(\frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n - K\right)^2 = \frac{1}{s^2}(\Sigma\varepsilon_n - sK)^2,$$

also der mittlere Werth M^2 dieses Quadrats

$$= \frac{1}{s}(K' - K^2) = \frac{1}{s} L^2,$$

oder M in Beziehung auf $\frac{1}{s} \Sigma \varepsilon_n$

$$= \frac{L}{\sqrt{s}}.$$

Demnach ist die Genauigkeit, mit der man $\frac{1}{s} \Sigma \varepsilon_n = K$ setzen kann, der Quadratwurzel aus der Anzahl s der Versuche proportional.

14.

Es sey E irgend eine Function der zufälligen Werthe ε_1, ε_2, . . .

Der mittlere Werth von E, wenn man ε_1, ε_2, . . . als unbestimmte Gröſsen betrachtet, deren mögliche Werthe nebst ihren Wahrscheinlichkeiten denen von x gleich sind, sey $= V$, und der mittlere Werth von E^2 $= V'$. Ist der zufällige Werth von E unbekannt, und setzt man dafür irgend einen Werth ξ, so ist das Quadrat des Fehlers dieser Annahme

$$= E^2 - 2E\xi + \xi^2,$$

und der mittlere Werth M^2 dieses Quadrats

$$= V' - 2V\xi + \xi^2 = V' - \xi(2V - \xi).$$

M^2 wird am kleinsten für $\xi = V$, woraus nach dem in Nro. 13, b) angeführten Grundsatze folgt, daſs derjenige Werth, den man mit der kleinsten Unsicherheit *a priori* an die Stelle des zufälligen Werths von E setzen kann, der mittlere Werth V ist. Dann wird

$$M^2 = V' - V^2.$$

15.

a) Nimmt man z. B. $E = \Sigma \varepsilon_n$, so ist

$$V = sK,$$

$$V' = sK' + s(s-1)K^2,$$

also $\quad M^2 = s(K' - K^2) = sL^2.$

Oder nimmt man $E = \frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n$, so ist

$$V = K,$$

$$V' = \frac{K'}{s} + \frac{s-1}{s}K^2,$$

$$M^2 = \frac{1}{s}(K' - K^2) = \frac{1}{s}L^2;$$

vergl. Nro. 13, b)

b) Werden $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_n, \ldots \varepsilon_s$ resp. mit beliebigen Factoren $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n, \ldots \gamma_s$ multiplicirt, und nimmt man $E = \Sigma\gamma_n\varepsilon_n$, so ist

$$V = K\Sigma\gamma_n,$$

$$V' = K'\Sigma\gamma_n^2 + 2K^2\Sigma\gamma_n\gamma_{n'},$$

$$V^2 = K^2\Sigma\gamma_n^2 + 2K^2\Sigma\gamma_n\gamma_{n'},$$

also $\quad M^2 = (K' - K^2)\Sigma\gamma_n^2 = L^2\Sigma\gamma_n^2.$

c) Bezeichnet fx eine Function von x von der in Nro. 10. angegebenen Beschaffenheit, und nimmt man $E = \frac{1}{s}\Sigma f\varepsilon_n$, so ist

$$V = Spfx,$$

$$E^2 = \frac{1}{s^2}\Sigma(f\varepsilon_n)^2 + \frac{2}{s^2}\Sigma f\varepsilon_n f\varepsilon_{n'},$$

also $\quad V' = \frac{1}{s}Sp(fx)^2 + \frac{s-1}{s}(Spfx)^2$

und $\quad M^2 = \frac{1}{s}Sp(fx)^2 - \frac{1}{s}(Spfx)^2.$

Ist z. B. $E = \frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n^2$, so ist

$$V = K' \quad \text{und} \quad M^2 = \frac{1}{s}(K''' - K'^2),$$

wenn man Spx^4 durch K''' bezeichnet.

d) Ist $E = \Sigma\gamma_n f\varepsilon_n$, so ist

$$V = Spfx \,.\, \Sigma\gamma_n$$

und $\quad M^2 = [Sp(fx)^2 - (Spfx)^2]\,\Sigma\gamma_n^2.$

Zum Beispiel für $E = \Sigma \gamma_n \varepsilon_n^2$ ist

$$V = K' \Sigma \gamma_n \quad \text{und} \quad M^2 = (K''' - K'^2) \Sigma \gamma_n^2.$$

e) Für $E = \frac{1}{s} (\Sigma \varepsilon_n)^2$ ist nach Nro. 12, β)

$$V = \frac{K'}{s} + \frac{s-1}{s} K^2.$$

Wenn s sehr grofs ist, so dafs man die Glieder von der Ordnung $\frac{1}{s}$ vernachlässigen kann, so wird man setzen können $V = K^2$. Bei einer sehr grofsen Anzahl von Versuchen wird sich also der Werth von $\frac{1}{s^2} (\Sigma \varepsilon_n)^2$ der Gröfse K^2 nähern, vergl. Nro. 13.

f) Ist $E = \Sigma \varepsilon_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma \varepsilon_n)^2$, und macht man in Beziehung auf die möglichen Werthe von x und ihre Wahrscheinlichkeiten dieselbe Voraussetzung, wie in Nro. 10, c), so ist nach Nro. 12, ε)

$$V = (s-1) K',$$

$$V' = \frac{(s-1)^2}{s} K''' + \left(s - 2 + \frac{3}{s}\right)(s-1) K'^2,$$

also $M^2 = \frac{(s-1)^2}{s} K''' - (s-1)\left(1 - \frac{3}{s}\right) K'^2$

oder $= \frac{(s-1)^2}{s} K''' - \left(s - 4 + \frac{3}{s}\right) K'^2$

oder $= (s-1)(K''' - K'^2) - \frac{s-1}{s}(K''' - 3 K'^2)$.

Setzt man $\xi = s K'$ statt $\xi = V = (s-1) K'$, so ist der mittlere Werth des Quadrats des Fehlers

$$M'^2 = V' - \xi (2 V - \xi) = V' - s (s-2) K'^2$$

$$= \frac{(s-1)^2}{s} K''' - \left(s - 5 + \frac{3}{s}\right) K'^2,$$

also $M'^2 = M^2 + K'^2$.

Ohne die in Nro. 10, c) gemachte Voraussetzung ist für $E = \Sigma \varepsilon_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma \varepsilon_n)^2$

$$V = sK' - \frac{1}{s}\left(sK' + s(s-1)K^2\right)$$
$$= (s-1)(K' - K^2) = (s-1)L^2,$$

oder für $E = \frac{1}{s}\Sigma\varepsilon_n^2 - \frac{1}{s^2}(\Sigma\varepsilon_n)^2$ ist $V = \frac{s-1}{s}L^2$, wofür man, wenn s sehr groſs ist, setzen kann

$$V = L^2 = K' - K^2.$$

16.

Bisher wurde vorausgesetzt, daſs die möglichen Werthe von x und ihre Wahrscheinlichkeiten bei allen Versuchen dieselben bleiben. Aber der Satz Nro. 14. läſst sich auch dann anwenden, wenn sie für verschiedene Versuche verschieden sind. Bei dem ersten Versuche seyen die möglichen Werthe von x

$$= x_1', x_1'', \ldots x_1^{(n)}, \ldots$$

und ihre Wahrscheinlichkeiten resp.

$$= p_1', p_1'', \ldots p_1^{(n)}, \ldots$$

und $Sx_1p_1 = K_1$, $Sx_1^2p_1 = K_1'$, $Sx_1^3p_1 = K_1''$,
$Sx_1^4p_1 = K_1'''$ u. s. w.; $K_1' - K_1^2 = L_1^2$.

Allgemein seyen bei dem n^{ten} Versuche die möglichen Werthe von x

$$= x_n', x_n'', \ldots x_n^{(n)}, \ldots$$

und ihre Wahrscheinlichkeiten resp.

$$= p_n', p_n'', \ldots p_n^{(n)}, \ldots$$

und $Sx_np_n = K_n$, $Sx_n^2p_n = K_n'$, $Sx_n^3p_n = K_n''$,
$Sx_n^4p_n = K_n'''$ u. s. w., $K_n' - K_n^2 = L_n^2$;

ferner sey

$$\frac{1}{s}\Sigma K_n = K,\quad \frac{1}{s}\Sigma K_n' = K',\quad \frac{1}{s}\Sigma L_n^2 = L^2 \text{ u. s. w.}$$

Nimmt man nun

a) $E = \Sigma\varepsilon_n$, so ist

$$V = \Sigma K_n = s K,$$
$$V' = \Sigma K'_n + 2 \Sigma K_n K_{n'},$$
$$V^2 = \Sigma K_n^2 + 2 \Sigma K_n K_{n'},$$

also $M^2 = \Sigma K'_n - \Sigma K_n^2 = \Sigma L_n^2 = s L^2$.

Oder für $E = \frac{1}{s} \Sigma \varepsilon_n$ ist $V = K$, $M^2 = \frac{L^2}{s}$.

b) Für $E = \Sigma \gamma_n \varepsilon_n$ ist

$$V = \Sigma \gamma_n K_n$$

und $M^2 = \Sigma \gamma_n^2 K'_n - \Sigma \gamma_n^2 K_n^2 = \Sigma \gamma_n^2 L_n^2$.

c) Für $E = \Sigma \varepsilon_n^2$ ist

$$V = \Sigma K'_n = s K'_n$$

und $M^2 = \Sigma (K'''_n - K'^2_n)$.

d) Für $E = \Sigma \gamma_n \varepsilon_n^2$ ist

$$V = \Sigma \gamma_n K'_n$$

und $M^2 = \Sigma \gamma_n^2 (K'''_n - K'^2_n)$.

e) Für $E = (\Sigma \varepsilon_n)^2$ ist

$$V = \Sigma K'_n + 2 \Sigma K_n K_{n'} = \Sigma K'_n + (\Sigma K_n)^2 - \Sigma K_n^2$$
$$= \Sigma L_n^2 + (\Sigma K_n)^2.$$

Oder für $E = \frac{1}{s^2} (\Sigma \varepsilon_n)^2$ ist

$$V = \frac{1}{s^2} \Sigma L_n^2 + \frac{1}{s^2} (\Sigma K_n)^2$$
$$= \frac{L^2}{s} + K^2,$$

wofür man, wenn s sehr groſs ist, setzen kann $V = K^2$.

f) Für $E = \Sigma \varepsilon_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma \varepsilon_n)^2$ ist

$$V = \Sigma K'_n - \frac{1}{s} \Sigma L_n^2 - \frac{1}{s} (\Sigma K_n)^2 = s (K' - K^2) - L^2,$$

oder, wenn die in Nro. 10, c) gemachte Voraussetzung

Statt hat, so dafs $K_1, \ldots K_n, \ldots = 0$ sind,

$$V = \frac{s-1}{s} \Sigma K'_n = (s-1) K'.$$

Für $E = \frac{1}{s} \Sigma \varepsilon_n^2 - \frac{1}{s^2} (\Sigma \varepsilon_n)^2$ ist

$$V = K' - K^2 - \frac{L^2}{s},$$

oder, wenn s sehr grofs ist, nahe $V = K' - K^2$.

(Die Fortsetzung folgt.)

IV.

Beobachtungen des von *Gambart* den 21. April 1830 entdeckten Kometen mit einem Kreismikrometer von 1005″ Halbmesser;

von

L. Mayer.

Tag.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
5. Mai.	*a*	14ʰ 5′ 49″.5	14ʰ 8′ 9″.7		+ 3 32″.93		21ʰ 16′ 3″.95	
	b	8 24 .4	10 28 .6		+ 1 5 .62		3 .97	
	Kom.	9 22 .5	11 41 .4					
	c	12 1 .8	13 59 .5		— 2 29 .11		4 .39	
	a	14 14 47 .7	14 17 8 .5		+ 3 32 .63		21 16 3 .65	
	b	17 23 .5	19 27 .4		+ 1 4 .87		3 .22	
	Kom.	18 20 .8	20 39 .5					
	c	21 0 .6	22 58 .4		— 2 29 .76		3 .74	
	a	14 24 0 .6	14 26 20 .5		+ 3 33 .53		21 16 4 .55	
	b	26 36 .6	28 39 .4		+ 1 5 .67		4 .02	
	Kom.	27 33 .7	29 53 .3					
	c	30 12 .5	32 12 .5		— 2 29 .41		4 .09	

T a g.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
5. Mai.	*b*	14ʰ35′ 46″.5	14ʰ37′ 39″.0	+		+ 5′ 13″.1		+ 18° 26′ 38″.9
	Kom.	37 20 .0	38 17 .5	+				
	b	14 39 17 .5	14 41 10 .5	+		+ 5 24 .6		+ 18 26 50 .4
	Kom.	40 51 .5	41 46 .8	+				
	b	14 42 29 .5	14 44 23 .6	+		+ 5 27 .2		+ 18 26 53 .6
	Kom.	44 3 .0	45 1 .0	+				
	b	14 45 46 .4	14 47 40 .5	+		+ 5 32 .1		+ 18 26 57 .9
	Kom.	47 20 .5	48 17 .0	+				
	a	14 50 24 .5	14 52 45 .5		+ 3′ 33″.68		21ʰ16′ 4″.70	
	b	53 3 .0	55 1 .5		+ 1 6 .03		4 .38	
	Kom.	53 59 .0	56 17 .2					
	c	56 35 .0	58 37 .7		— 2 28 .66		4 .84	
	a	14 59 31 .5	15 1 52 .0		+ 3 33 .73		21 16 4 .75	
	b	15 2 11 .0	4 7 .8		+ 1 5 .78		4 .13	
	Kom.	3 6 .0	5 24 .0					
	c	5 41 .4	7 45 .0		— 2 28 .61		4 .89	
	a	15 10 14 .3	15 12 34 .5		+ 3 33 .53		21 16 4 .55	
	b	12 53 .2	14 49 .2		+ 1 6 .33		4 .68	
	Kom.	13 48 .4	16 6 .3					
	c	16 22 .6	18 27 .7		— 2 28 .21		5 .29	
	d	27 29 .5	29 48 .2		—13 43 .74		4 .58	

6. Mai.	*b*	14^h 3′ 43″.3	14^h 5′ 48″.1		+ 2′ 10″.66		21^h 16′ 24″.78	
	Kom.	5 47 .3	8 4 .7					
	a	14 13 58 .5	14 16 17 .7		+ 4 6 .06		21 16 23 .76	
	b	15 57 .0	18 10 .8		+ 2 9 .96		24 .08	
	Kom.	18 7 .5	20 19 .5					
	a	14 21 32 .7	14 23 53 .1		+ 4 7 .07		21 16 24 .77	
	b	23 32 .3	25 46 .5		+ 2 10 .36		24 .38	
	Kom.	25 43 .3	27 55 .3					
	a	14 31 36 .5	14 33 22 .4	—		— 4′ 12″.6		+ 18° 54′ 5″.8
	Kom.	36 7 .0	37 4 .5	—				
	a	14 38 41 .5	14 40 19 .0	—		— 4 0 .4		+ 18 54 18 .0
	Kom.	43 18 .0	43 56 .0	—				
	a	14 46 57 .3	14 48 35 .6	—		— 3 56 .7		+ 18 54 21 .7
	Kom.	51 32 .0	52 14 .4	—				
	a	14 54 0 .6	14 55 38 .6	—		— 3 55 .3		+ 18 54 23 .1
	Kom.	58 35 .5	59 17 .7	—				
	a	15 0 52 .7	15 3 11 .4		+ 4 7. 42		21 16 25 .12	
	b	2 49 .5	5 6 .5		+ 2 11 .16		25 .28	
	Kom.	5 3 .6	7 14 .0					
	a	15 8 22 .5	15 10 40 .5		+ 4 8 .42		21 16 26 .12	
	b	10 19 .0	12 37 .3		+ 2 11 .46		25 .58	
	Kom.	12 35 .0	14 43 .5					

T a g.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
7. Mai.	*a*	13^h 59′ 47″.0	14^h 1′ 55″.5		+ 2′ 29″.06		21^h 16′ 43″.18	
	Kom.	14 2 17 .5	4 22 .3					
	b	5 43 .5	7 33 .0		— 3 18 .89		43 .71	
	a	14 12 49 .7	14 14 57 .5		+ 2 28 .81		21 16 42 .93	
	Kom.	15 19 .0	17 25 .0					
	b	18 44 .5	20 36 .6		— 3 19 .09		43 .51	
	a	14 21 52 .5	14 23 58 .5		+ 2 29 .31		21 16 43 .43	
	Kom.	24 21 .8	26 27 .0					
	b	27 45 .7	29 39 .5		— 3 18 .74		43 .86	
	Kom.	14 31 54 .5	14 32 49 .0	—				
	b	34 56 .5	36 23 .0	—		— 2′ 11″.6		+ 19° 20′ 11″.4
	Kom.	14 37 41 .0	14 38 37 .0	—				
	b	40 44 .5	42 9 .0	—		— 1 56 .6		+ 19 20 26 .4
	Kom.	14 43 28 .5	14 44 22 .3	—				
	b	46 32 .0	47 55 .2	—		— 1 56 .6		+ 19 20 26 .4
	Kom.	14 49 14 .3	14 50 7 .0	—				
	b	52 18 .6	53 39 .5	—		— 1 35 .2		+ 19 20 35 .2
	a	14 56 2 .0	14 57 56 .3		+ 2 30 .46		21 16 44 .58	
	Kom.	58 22 .0	15 0 34 .4					
	b	15 1 43 .5	3 49 .2		— 3 18 .69		43 .91	

	a	15h 4′ 55″.5	15h 6′ 48″.3		+ 2′ 29″.91		21h 16′ 44″.03	
	Kom.	7 15 .3	9 27 .5					
	b	10 37 .5	12 42 .4		— 3 19 .09		43 .51	
	a	15 14 0 .3	15 15 50 .7		+ 2 29 .86		21 16 43 .98	
	Kom.	16 18 .5	18 31 .4					
	b	19 38 .8	21 46 .5		— 3 18 .24		44 .36	
9. Mai.	Kom.	13 52 14 .5	13 54 36 .4					
	a	54 0 .5	55 56 .4		— 1 33 .25		21 17 16 .42	
	b	57 5 .5	59 22 .5		— 4 49 .33		16 .84	
	c	59 2 .5	14 1 13 .5		— 6 43 .65		16 .82	
	Kom.	14 21 20 .0	14 22 26 .4	—				
	b	25 51 .5	27 32 .0	—		— 2′ 57″.0		+ 20° 9′ 32″.5
	c	27 48 .3	29 44 .5	—		— 5 7 .9		9 34 .9
	Kom.	14 30 49 .5	14 31 32 .0	—				
	b	35 14 .6	36 42 .4	—		— 2 49 .1		+ 20 9 40 .4
	c	36 59 .0	38 46 .5	—		— 4 59 .7		9 43 .1
	Kom.	14 40 6 .5	14 40 52 .0	—				
	b	44 34 .0	46 0 .4	—		— 2 34 .0		+ 20 9 55 .5
	c	46 18 .3	48 4 .5	—		— 4 43 .4		9 59 .4
	Kom.	14 49 23 .4	14 51 45 .0					
	a	51 11 .6	53 2 .7		— 1 33 .20		21 17 16 .87	
	b	54 12 .5	56 32 .0		— 4 48 .83		16 .92	
	c	56 9 .5	58 23 .8		— 6 43 .54		16 .95	
	d	57 32 .7	59 16 .5		— 7 51 .69		16 .91	

Tag.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
9. Mai.	Kom.	15h 0′ 30″.0	15h 2′ 50″.0					
	a	2 18 .5	4 7 .5		— 1′ 33″.25		21h 17′ 16″.82	
	b	5 18 .3	7 37 .7		— 4 48 .78		16 .97	
	c	7 14 .6	9 29 .5		— 6 43 .14		17 .35	
	d	8 39 .5	10 21 .4		— 7 51 .74		16 .86	
	Kom.	15 11 16 .6	15 13 36 .2					
	a	13 5 .5	14 52 .2		— 1 32 .70		21 17 17 .37	
	b	16 3 .5	18 23 .5		— 4 47 .88		17 .87	
	c	18 0 .5	20 15 .6		— 6 42 .74		17 .75	
	d	19 26 .0	21 6 .2		— 7 50 .99		17 .61	
12 Mai.	*a*	13 24 29 .5	13 26 50 .8		+ 5 23 .18		21 17 54 ,85	
	b	28 9 .5	30 28 .5		+ 1 43 .73		55 .20	
	Kom.	29 51 .4	32 13 .5					
	c	33 24 .7	35 19 .4		— 3 20 .14		54 .92	
	a	13 36 19 .4	13 38 41 .2		+ 5 22 .58		21 17 54 .25	
	b	40 1 .6	42 17 .7		+ 1 42 .63		54 .10	
	Kom.	41 40 .5	44 3 .5					
	c	45 14 .5	47 9 .0		— 3 20 .29		54 .77	
	a	13 48 14 .7	13 50 36 .9		+ 5 23 .23		21 17 54 .90	
	b	51 55 .8	54 14 .5		+ 1 43 .31		54 .78	

	Kom.	13h 53′ 37″.0	13h 55′ 59″.3		− 3′ 20″.04		21h 17′ 55″.02	
	c	57 9 .3	59 6 .0					
	a	14 1 10 .5	14 1 47 .0	+		− 1′ 27″.0		+ 21° 17′ 11″.1
	b	4 9 .6	6 5 .5	+		+ 5 9 .2		29 .2:
	Kom.	6 18 .5	7 22 .0	+				
	a	14 8 38 .0	14 8 58 .0	+		− 1 11 .5		+ 21 17 26 .6
	b	11 29 .7	13 21 .6	+		+ 5 2 .9		22 .9
	Kom.	13 42 .0	14 36 .0	+				
	a	14 15 34 .0	14 15 47 .0	+		− 0 53 .9		+ 21 17 44 .2
	b	18 23 .7	20 16 .0	+		+ 5 22 .6		42 .6
	Kom.	20 39 .5	21 27 .5	+				
	a	14 23 11 .0	14 25 33 .6		+ 5 23 .08		21 17 54 .75	
	b	26 52 .7	29 10 .0		+ 1 43 .43		54 .90	
	Kom.	28 33 .5	30 55 .5					
	c	32 4 .5	34 3 .2		− 3 19 .89		55 .17	
	a	14 35 5 .6	14 37 28 .5		+ 5 23 .28		21 17 54 .95	
	b	38 47 .6	41 4 .4		+ 1 43 .73		55 .20	
	Kom.	40 28 .5	42 50 .4					
	c	43 58 .6	45 58 .7		− 3 19 .74		55 .32	
17. Mai.	Kom.	13 19 3 .0	13 21 26 .4					
	a	22 54 .5	25 20 .0		− 3 53 .18		21 18 23 .29	
	Kom.	13 26 15 .6	13 28 39 .5					
	a	30 8 .3	32 33 .5		− 3 53 .98		21 18 22 .39	

Tag.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
17. Mai.	Kom.	13h 33′ 26″.5	13h 35′ 49″.5					
	a	37 18 .5	39 44 .2		— 3′ 53″.98		21h 18′ 22″.39	
	Kom.	13 41 9 .0	13 41 54 .0	+				
	a	44 50 .0	46 1 .0	+		+ 1′ 19″.0		+ 22° 55′ 10″.9
	Kom.	13 47 29 .0	13 47 51 .0	+				
	a	50 58 .8	52 4 .0	+		+ 1 35 .7		+ 22 55 27 .6
	Kom.	13 53 15 .0	13 53 43 .5	+				
	a	56 50 .6	57 57 .0	+		+ 1 31 .9		+ 22 55 23 .8
	Kom.	13 59 44 .0	14 2 7 .3					
	a	14 3 36 .0	6 1 .2		— 3 53 .58		21 18 22 .79	
	Kom.	14 7 18 .5	14 9 42 .2					
	a	11 11 .0	13 36 .4		— 3 53 .98		21 18 22 .39	
	Kom.	14 14 18 .8	14 16 42 .6					
	a	18 11 .7	20 36 .5		— 3 54 .03		21 18 22 .34	
18. Mai.	a	12 51 22 .5	12 53 48 .2		+ 4 57 .05		21 18 21 .41	
	b	52 19 .5	54 43 .3		+ 4 0 .85		21 .46	
	c	54 40 .0	56 47 .4		+ 1 48 .19		21 .29	
	Kom.	56 21 .7	58 41 .5					

18. Mai.	*a*	13ʰ 8′ 16″.5	13ʰ 10′ 42″.5		+ 4′ 56″.80		21ʰ 18′ 21″.16	
	b	9 13 .5	11 37 .2		+ 4 0 .78		21 .39	
	c	11 33 .8	13 40 .4		+ 1 48 .69		21 .79	
	Kom.	13 15 .5	15 35 .5					
	a	13 16 55 .6	13 19 21 .5		+ 4 56 .70		21 18 21 .06	
	b	17 53 .4	20 16 .2		+ 3 59 .70		20 .96	
	c	20 13 .5	22 18 .8		+ 1 48 .64		21 .74	
	Kom.	21 54 .5	24 14 .5					
	a	13 26 22 .6	13 28 2 .0	+		+ 3′ 59″.6		+ 23° 12′ 36″.5
	b	27 9 .5	29 7 .0	+		+ 6 21 .7		41 .1
	d	27 56 .0	29 35 .5	—		+28 23 .4		33 .4
	Kom.	31 48 .5	32 25 .0	+				
	a	13 33 24 .8	13 35 4 .5	+		+ 4 2 .5		+ 23 12 39 .4
	b	34 12 .5	36 9 .5	+		+ 6 17 .9		37 .3
	d	34 58 .5	36 37 .3	—		+28 28 .9		38 .9
	Kom.	38 52 .0	39 28 .0	+				
	a	13 40 24 .5	13 42 4 .2	+		+ 4 2 .5		+ 23 12 39 .1
	b	41 11 .3	43 8 .7	+		+ 6 26 .7		46 .1
	d	41 58 .5	43 36 .6	—		+28 37 .9		47 .9
	Kom.	45 54 .0	46 27 .0	+				
	a	13 47 42 .0	13 50 7 .5		+ 4 57 .25		21 18 21 .61	
	b	48 38 .5	51 2 .2		+ 4 1 .50		22 .11	
	c	50 59 .0	53 6 .4		+ 1 48 .79		21 .89	
	Kom.	52 42 .4	55 0 .0					

Tag.	Gestirn.	Eintritt.	Austritt.	Ort.	Differenz in AR.	Differenz in Decl.	Des Kometen scheinbare Rectascens.	Des Kometen scheinbare Declination.
18. Mai.	*a*	13h 55′ 56″.5	13h 58′ 21″.7		+ 4′ 57″.05		21h 18′ 21″.41	
	b	56 53 .5	59 17 .0		+ 4 0 .75		21 .36	
	c	59 13 .5	14 1 20 .7		+ 1 48 .54		21 .64	
	Kom.	14 0 56 .7	3 14 .0					
19. Mai.	*a*	12 57 58 .4	13 0 21 .4		+ 1 57 .92		21 18 18 .31	
	Kom.	59 55 .0	2 20 .4					
	b	13 0 39 .5	3 0 .0		— 0 42 .36		18 .30	
	d	1 31 .6	3 46 .3		— 1 31 69		18 .66	
	a	13 4 24 .5	13 6 47 .5		+ 1 57 .42		21 18 17 .81	
	Kom.	6 20 .0	8 46 .2					
	b	7 5 .4	9 25 .8		— 0 42 .61		18 .05	
	d	7 57 .6	10 11 .8		— 1 31 .84		18 .51	
	a	13 10 51 .5	13 13 14 .6		+ 1 58 .02		21 18 18 .41	
	Kom.	12 48 .0	15 13 .5					
	b	13 32 .3	15 53 .6		— 0 42 .31		18 .35	
	d	14 25 .4	16 40 .3		— 1 32 .34		18 .01	
	c	13 19 45 .6	13 21 10 .5	—		+ 29′ 20″.9		23° 29′ 24″.4
	Kom.	21 48 .7	22 38 .0	+				
	c	13 23 24 .7	13 24 49 .6	—		+ 29 28 .8		23 29 32 .3
	Kom.	25 31 .0	26 17 .0	+				

c	13h 27′ 13″.5	13h 28′ 37″.5	—		+29′ 26″.9		23° 29′ 30″.4
Kom.	29 17 .0	30 5 .7	+				
a	13 31 57 .0	13 33 33 .7	—		— 3 30 .4		23 29 18 .6
Kom.	34 21 .0	35 3 .0	—				
b	34 33 .5	36 16 .6	—		— 4 11 .9		24 .5
d	35 15 .5	37 13 .6	—		— 6 12 .9		33 .5
a	13 38 29 .5	13 40 1 .0	—		— 3 24 .9		23 29 24 .1
Kom.	41 0 .0	41 27 .0	—				
b	41 5 .5	42 44 .0	—		— 4 6 .4		30 .0
d	41 46 .6	43 42 .6	—		— 6 18 .2		28 .2
a	13 46 4 .5	13 48 29 .5		+ 1′ 58″.22		21h 18′ 18″.61	
Kom.	48 2 .5	50 27 .3					
b	48 44 .7	51 8 .0		— 0 41 .71		18 .95	
d	49 37 .5	51 55 .5		— 1 31 .99		18 .36	
a	13 52 30 .0	13 54 54 .4		+ 1 58 .42		21 18 18 .81	
Kom.	54 28 .3	56 52 .3					
b	55 8 .8	57 33 .3		— 0 40 .86		19 .80	
d	56 2 .4	58 20 .6		— 1 31 .44		18 .91	
a	13 58 51 .5	14 1 16 .7		+ 1 57 .47		21 18 17 .86	
Kom.	14 0 48 .5	3 14 .0					
b	1 31 .0	3 55 .2		— 0 41 .96		18 .70	
d	2 24 .3	4 42 .7		— 1 32 .49		17 .86	
a	14 5 18 .7	14 7 43 .4		+ 1 58 .07		21 18 18 .46	
Kom.	7 16 .6	9 41 .0					
b	7 58 .9	10 21 .7		— 0 41 .61		19 05	
d	8 51 .0	11 9 .3		— 1 31 .49		18 .86	

Erst den 4. Mai erhielten wir von *Gambart* die Nachricht, dafs er den 21. April im kleinen Pferde einen gut sichtbaren Kometen entdeckt habe. Denselben Abend noch fand ich ihn auf; doch schwächten die stark vorgerückte Dämmerung und das Mondlicht den Kometen bereits so sehr, dafs an eine gute und verläfsliche Beobachtung nicht zu denken war. Es beginnen daher unsere Beobachtungen erst vom 5. Mai Bis zum 12. Mai stand der Mond zur Zeit der Beobachtung über dem Horizonte; ich bemerkte daher auch keine Spur eines Schweifes, obschon der aus der Nebelhülle wie ein Stern 10ter Gröfse hervorblitzende Kern gut erkennbar war. Den 19. Mai schien sich der am 17ten und 18ten nur auf nahe ½ Grad geschätzte Schweif noch mehr zu vermindern, die den Kometen umgebende Nebelhülle aber zu vergrössern. In den folgenden Beobachtungen finde ich blofs nothwendig, die Bedeutung der fünften Columne anzugeben; es heifst nämlich + das Gestirn ging *nördlich*, — aber das Gestirn ging *südlich* vom Mittelpuncte durch den Mikrometer. Der Stand der gebrauchten mittlern Uhr gegen mittlere Zeit, und die scheinbaren Orte der Vergleichungssterne nebst der Angabe des Cataloges, aus dem ihre mittleren Orte genommen sind, sind folgende:

Tag.	Stand der Uhr.	Stern.	Scheinbare Rectascension.	Scheinbare Declination.	Catalog.
5. Mai.	— 1′ 24″.8	*a*	21ʰ 12′ 31″.02	+ 18° 30′ 17″.7	Bessel Zone. 193.
		b	21 14 58 .35	+ 18 21 25 .8	Bessel Zone. 193.
		c	21 18 33 .50	+ 18 38 34 .7	Bessel Zone. 193.
		d	21 29 48 .32	+ 18 33 25 .8	P. XXI. 219.
6. »	— 1 24 .6	*a*	21 12 17 .70	+ 18 58 18 .4	B. Z. 196.
		b	21 14 14 .12	+ 19 4 52 .6	P. XXI. 100.

7. Mai.	— 1′ 24″.6	a	21ʰ 14′ 14″.12	+ 19° 4′ 52″.6	P. XXI. 100.
		b	21 20 2 .60	+ 19 22 23 .0	B. Z. 196.
9. »	— 1 25 .0	a	21 18 50 .07	+ 19 58 53 .1	B. Z. 196; H. C. p. 32, 10. Oct.
		b	21 22 5 .75	+ 20 12 29 .5	H. C. p. 32, 10. Oct. 1793.
		c	21 24 0 .49	+ 20 14 42 .8	B. Z. 196. H. C. p. 32.
		d	21 25 8 .60	+ 19 57 54 .4	H. C. p. 32, 10. Oct. 1793.
12. »	— 1 24 .8	a	21 12 31 .67	+ 21 18 38 .1	B. Z. 198.
		b	21 16 11 .47	+ 21 12 20 .0	
		c	21 21 15 .06	+ 21 26 25 .1	
17. »	— 1 24 .0	a	21 22 16 .37	+ 22 53 51 .9	P. XXI. 160. B. Z. 198.
18. »	— 1 23 .9	a	21 13 24 .36	+ 23 8 36 .9	B. Z. 323.
		b	21 14 20 .61	+ 23 6 19 4	B. Z. 198 u. 323.
		c	21 16 33 .10	+ 23 0 3 .5	
		d	21 14 58 .21	+ 22 44 10 .0	
19. »	— 1 23 .8	a	21 16 20 .39	+ 23 32 49 .0	B. Z. 323.
		b	21 19 0 66	+ 23 33 36 .4	
		d	21 19 50 .35	+ 23 35 46 .4	
		c	. . . . . .	. . . .	ist c vom 18. Mai.

Aus den Beobachtungen des 5ten, 9ten und 12. Mai habe ich gemeinschaftlich mit dem Assistenten der Sternwarte, *H. Kottinger*, folgende parabolische Elemente abgeleitet, welche den Ort des 9. Mai bis auf 2″ in Bogen genau darstellen:

Zeit des Periheliums: 1830, April, 8.77835 mittl. Wien. Zeit.

Länge des Periheliums 211° 51′ 4″.2.
Länge des Knotens . 206° 19′ 42″.0.
Neigung . . . . . . 21° 26′ 23″.7.
Logarithmus der kürzesten Distanz = 9.9633979.
Bewegung rechtläufig.

V.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Electricität,

1. Messen electrischer Ströme und Angabe eines vergleichbaren Galvanometers. Von *L. Nobili.*

(Ann. de Chim. et de Phys. T. XLIII., p. 146.)

Wenn man auch dem Galvanometer (*Schweigger'*schen Multiplicator), besonders dem nach *Nobili's* Angabe mit zwei Nadeln versehenen, die *Empfindlichkeit* nicht absprechen kann, so mangelt ihm doch eine andere wesentliche Eigenschaft eines guten Meſsinstrumentes, die *Vergleichbarkeit.* Auch ist uns noch, meint der Verfasser, gänzlich unbekannt, in welchem Zusammenhange die Gröſse der Winkelablenkung der Nadel mit der Stärke des electrischen Stromes stehet. — Diese beiden Zwecke, Construction von unter sich vergleichbaren Galvanometern und Ausmittelung der Stromstärke, die jedem Grade der galvanometrischen Scala entspricht, haben nun *Nobili* bei seinen langwierigen und schwierigen Versuchen vorgeschwebt, und er legt in gegenwär-

tigem Aufsatze die Resultate seiner Untersuchungen nieder.

Als dem *ersten* Zwecke ganz entsprechend schlägt er den Fig. 1 und 2 abgebildeten Multiplicator vor. Fig. 1 gibt die perspectivische Ansicht des Galvanometers in einem Viertel seiner natürlichen Gröfse. *A A' A* ist ein hölzernes Bret, durch die drei Stellschrauben *v*, *v*, *v* horizontal zu machen (30 Millim. hoch, 220 breit, 310 lang). *T T* ein hölzerner Rahmen, mittelst 4 Schrauben an das Bret befestiget (Fig. 2 näher versinnlicht). *C C* ein metallener, in 360° getheilter Kreis, der den Rahmen bedeckt. *D E F* messingener Haken, vertical an das Bret befestigt, der an seinem Ende den Aufhängefaden trägt. *d f g* kleiner Mechanismus, um die Magnetnadel heben oder senken zu können. *H H' H* eine Glasglocke; auf dem Brete ist eine kreisförmige Rinne, in welche sie pafst. *I*, *II*, *III* etc. messingene Pflöckchen, an welchen die Drähte von 4 Multiplicatoren auslaufen, kegelförmig gestaltet, um sie mit den umgewickelten Fäden in genauere Berührung zu bringen; ferner sind sie an der Spitze durchbohrt, um sie leichter in Communication setzen zu können. *n s* eine Magnetnadel, in der schicklichen Länge aus einer gewöhnlichen Stricknadel herausgeschnitten. Letztere ist von der Sorte, die man im Handel durch Nro. 10 bezeichnet, und die von Aachen kommt (83,5 Mill. lang, $^2/_3$ im Durchmesser). *i i* messingener Zeiger, *p q* ein kleiner Cylinder aus demselben Metall. Er besteht aus zwei Stücken, die an einander geschraubt sind, und von denen das eine die Nadel *n s*, das andere die Spitze *i i* trägt; das obere Stück nimmt in einem kleinen Loche den kleinen Haken *o* auf, in den der Aufhängefaden sich endiget (die Höhe *p q* = 8 Mill., Durchmesser 2). Das Gewicht des Cylinders mit der Nadel und dem Zeiger ist 0,79 Gr. Die

Nadel allein wiegt 0,21 Gr. Die Distanz zwischen der Nadel und dem Zeiger beträgt 12 Mill.

Fig. 2 zeigt uns den Rahmen im Detail. Die Stücke, welche man mit dem Drahte der 4 Multiplicatoren umwickelt, müssen genau folgende Abmessungen haben: Länge $ab = 90$ Mill., Breite $aa = bb = 11$, Höhe $cd = 13$ Mill. Die beiden Flächen mn, op steigen mit ungefähr 2,5 Mill. über die Ebene cd hinaus; diese Höhe genügt, um den Draht anbringen zu können, ohne die unmittelbare Befestigung des Kreises CC auf die Flächen mn zu hindern. xy ist eine rhomboidale Öffnung, die Nadel ns in den Rahmen zu bringen. Die oberen Flächen mn, mn sind *gewölbt*, um die Windungen des Drahtes von einander trennen, und auf jeder Seite befestigen zu können, so daſs sie die Öffnung xy nicht verstopfen. Diese Windungen hält man an ihrem Platze durch Seidenfäden fest, die um die Flächen mn, mn herumgehen. f, f kleine in Metall an dem Boden op eingelassene Öffnungen, um den Rahmen mittelst Schrauben an das Bret $A\,A'\,A$ fest zu machen. Alle Drähte der vier Multiplicatoren sind innerhalb des ganzen Raumes, den sie rings um den Rahmen einnehmen, zusammengedreht; wie sie aber den Rahmen verlassen, gehen sie aus einander, und in diesem Zustande, den einen vom andern getrennt, führt man sie bis an die Pflöckchen *I*, *II*, *III* . . . Das auf diese Weise aus allen 4 Drähten gewundene Drahtseil hat 870 Mill. L. und eine solche Torsion, daſs die aufgewundenen Fäden sich um 17 Mill. verlängern. Vom Rahmen bis zu seinen Pflöckchen zählt jeder Draht 150 Mill., worin noch nicht der Theil begriffen ist, der um das Pflöckchen gewickelt ist, und der auch 140—150 Mill. beträgt. Wenn man sich Stücke von ungefähr 1480 Mill. abschneidet, hat man hinreichend genug für alle diese verschiedenen Theile. — Der Durchmesser der Drähte

hat genau $^2/_3$ Mill., steigt aber bis auf 1 Mill., wenn man die Drähte mit Seide umzieht. Allein ehe dieſs geschieht, glüht man sie aus, dadurch werden sie schmiegsamer, lassen sich leichter drehen, und schlieſsen sich genauer an die Rahmen an. Wenn man das Instrument gebrauchen will, muſs man es so orientiren, daſs der Zeiger *i i* dem Beobachter zur Seite steht; zu dem Zwecke dreht man den hintern Theil des Bretes nach Nord, den vordern (*I*, *II*, . . .) nach Süd.

Man sieht leicht, daſs der Rahmen mit den 4 Multiplicatoren und die Magnetnadel die beiden wesentlichen Bestandtheile des Apparates sind. Dadurch, daſs die Drähte des erstern alle dieselbe Länge und denselben Durchmesser, und, weil sie zusammengedreht sind, auch eine symmetrische Lage haben, hat man einen Complex von 4 als vollkommen gleich zu betrachtenden Multiplicatoren zu Stande gebracht; wiewohl man, wenn nicht besondere später zu erörternde Zwecke es anders heischen, bloſs einen Multiplicator in Thätigkeit zu setzen braucht.

Hingen die Anzeigen des Galvanometers bei gleicher Stärke des electrischen Stromes bloſs von der Leitfähigkeit des Drahtes ab, so wäre unsere Aufgabe schon gelöst; man brauchte bloſs alle Rahmen und Drähte auf dieselbe Weise und von derselben Beschaffenheit zu wählen und anzuordnen; allein wegen des Einflusses der Stärke der magnetischen Kraft der Nadel muſs man noch suchen, allen Nadeln denselben Grad des Magnetismus mitzutheilen.

Zu diesem Ende nimmt *Nobili* fünfzig Stahlnadeln von demselben Durchmesser und gleicher Qualität, magnetisirt sie mittelst starker Magnete bis zur Sättigung, bemerkt die Stärke der magnetischen Kraft einer jeden, indem er eine andere vollkommen bewegliche Nadel un-

ter ganz gleichen Umständen ihrer Einwirkung aussetzt. Die Nadeln werden nach der Stärke ihrer Kraft geordnet, und unter denen von mittlerer Stärke findet man gewöhnlich 4 — 5, die eine beinahe gleiche Kraft haben. Unter derselben Classe kann man auch sicher seyn, 10 — 12 Nadeln zu finden, die einen nur um etwas stärkern Magnetismus besitzen, und die man auf die Kraft der früher ausgewählten zurückbringen kann, wenn man die zu energischen Pole mit den entgegengesetzten eines kleinen Magnetes reibt. Nur wende man bei dieser Operation keinen zu starken Magnet an, da dieser zu viel Magnetismus entziehen würde, noch wolle man je den schwächer magnetisirten Nadeln durch abermaliges Bestreichen einen stärkern Magnetismus ertheilen; denn da sie nach unserer Voraussetzung schon bis zur Sättigung magnetisirt sind, können sie nie einen stärkern Magnetismus permanent erlangen.

Ist man so mit 14 — 15 gleich starken Nadeln versehen, richtet man sie zum Gebrauche her, äquilibrirt sie auf ihrer Axe $p\,q$ (Fig. 1), versieht sie mit dem Zeiger $i\,i$, hängt sie an einem Seidenfaden auf, läſst sie um 30° aus der Lage des Gleichgewichts abweichen und hierauf frei schwingen. Man zählt die Schwingungen, sie geben 32 — 33 in zwei Minuten *). Die Differenz ist klein genug, allein man muſs doch untersuchen, ob man sie bei der Construction der Comparatoren vernachlässigen darf. Dieſs ist der Hauptpunct der Frage, der nur durch die Erfahrung entschieden werden kann.

Nobili nahm zwei seiner mit 4 Multiplicatoren versehenen Rahmen — wir wollen sie mit *A* und *B* bezeichnen — armirte sie mit den auf die beschriebene Weise

*) Ohne den Zeiger $i\,i$ zählt man eine Schwingung mehr, also 33 — 34.

bereiteten gleich starken Nadeln *a*, *b*, deren jede 33 Schwingungen in 2′ gab, und stellte durch einen leitenden Draht die Verbindung zwischen beiden her, um sie demselben Strom aussetzen zu können. Die Quelle des Stroms war ein *Volta*'sches Element, das man mehr oder minder tief in eine verdünnte Säure eintauchen, auf diese Weise Ströme von ungleicher Intensität erlangen, und so die beiden Instrumente an verschiedenen Puncten ihrer Scala vergleichen konnte. Die Resultate dieser Vergleichung sind folgende, für die Vergleichbarkeit der Apparate ziemlich günstig ausgefallene. Durch *A a* wollen wir die Anzeigen des ersten, durch *B b* die des zweiten Galvanometers bezeichnen; die Bruchtheile der Grade wurden nur geschätzt, und wo sie zu klein waren, um noch mit Gewifsheit angegeben zu werden, durch das Zeichen + angedeutet.

Eintauchungen.	Ablenkungen von		Differenzen.
	A a	*B b*	
1	55°	55° 1/2	— 1/2
2	45°	45° 1/3	— 1/3
3	40°	40° 1/4	— 1/4
4	35°	35°	0
5	30°	30° 1/5	— 1/5
6	25°	25° 1/3	— 1/3
7	20°	20° +	—
8	15°	15°	0
9	10°	10° +	—
10	5°	5° +	—

Die gröfste Differenz beträgt 1/2°, aber selbst diese kleine Differenz, woher kann sie rühren? Theils aus irgend einer Verschiedenheit im Systeme der Multiplica-

toren, theils aus irgend einer Ungleichheit der Magnetnadeln. Um nun zu wissen, wo die Hauptquelle dieser Abweichungen liegt, verwechselte *Nobili* die Nadeln, indem er die eine an die Stelle der andern setzte, und verglich die Anzeigen der Instrumente von Neuem. Wir wollen nun die beiden Galvanometer durch *Ba* und *Ab* bezeichnen, um die Verwechslung der Nadeln dadurch auszudrücken.

Ablenkung von		Differenzen.
Ba	*Ab*	
55°	55° 1/2	— 1/2°
45°	45° 1/4	— 1/4°
40°	40° 1/4	— 1/4°
30°	30°	0
20°	20° +	—
10°	10° +	—

Die Differenzen in der letzten Columne sind zwar nicht dieselben, die man vorher erhielt, allein die grössten stehen noch immer an demselben Puncte der Scala auf der Seite der Nadel *b*, so dafs man die Abweichungen der Instrumente, wie man schon vorhinein hätte muthmafsen können, weit mehr der Ungleichheit im magnetischen Zustande der Nadeln, als der Verschiedenheit der Multiplicatoren zuschreiben mufs.

Nobili zog auch drei andere Nadeln *c*, *d*, *e* in die Untersuchung, um nicht sein Resultat von einer etwa nur zufälligen Übereinstimmung der beiden Nadeln *a* und *b* abhängig zu machen. *c* gab 33, *d* und *e* jede 32 Schwingungen in zwei Minuten. Er verglich *b* mit *c*, *a* mit *d*, und *c* mit *e*, und erhielt, sonderbar genug, gerade bei der Vergleichung von *b* mit *c* Differenzen,

die sich bis auf 1° beliefen; aber im Ganzen stimmten sie, besonders an den niedern Puncten der Scala, eben so gut als die Nadeln *a* und *b* mit einander überein. Alle diese Nadeln wurden ohne besondere Aufmerksamkeit aus den früher zubereiteten 14—15 Stücken herausgenommen, so dafs man also von dieser Seite die Allgemeingültigkeit der Resultate verbürgen kann. — Bei dieser Gelegenheit macht *Nobili* zwei wichtige Bemerkungen. Die eine, dafs die Differenz in den Schwingungen der vorbereiteten Nadeln höchstens eine Schwingung in 2′ betragen dürfe; denn schon wenn sie zwei Schwingungen erreicht, ist der Unterschied der Empfindlichkeit (die schwächere magnetisirte Nadel gibt natürlich immer höhere Resultate) schon so bedeutend, dafs er selbst an den niedersten Puncten der Scala bedeutend hervortritt, und den Einflufs aller andern Umstände, selbst den entgegengesetzter Fehler überwiegt. Die andere Bemerkung ist, dafs man nur bis um die 60° herum auf Übereinstimmung selbst der besten Instrumente rechnen dürfe; denn über diese Grenze hinaus sind die Ströme schon so stark und ihre Stärke wechselt im Allgemeinen so schnell, dafs man nie mit Zuverläfsigkeit einen bestimmten Grad angeben kann. Übrigens kann man innerhalb dieser Grenzen, besonders durch später anzugebende Kunstgriffe und eine sorgfältige Wahl der Nadeln, es leicht dahin bringen, dafs die Instrumente (von 0°—60°) um keinen $^1/_2$° von einander abweichen. So ist es *Nobili* gelungen, mittelst der beiden Nadeln *c* und *e* zwei Apparate zu construiren, die von 0°—65° um keinen $^1/_4$° von einander gehen.

Im Innern des Rahmens haben die Nadeln hinlänglich Raum, um einige Millimeter gehoben oder gesenkt werden zu können, und da die Wirkung des electrischen Stromes auf dieselben sich von einer Höhe zur andern

ändert; in der Mitte nämlich am stärksten ist und von da nach oben und unten abnimmt, so bietet dieses ein bequemes Mittel, die Instrumente übereinstimmend zu machen, man hat nur die Nadel, die zu hohe Resultate gibt, etwas nach oben oder nach unten zu verrücken. — Diese Art der Correction hat auch den Vortheil, dafs sie den Magnetismus der Nadel ungeändert läfst, und dafs man sie an jedem beliebigen Punct der Scala, wo nur eine Abweichung bemerkbar wird, anbringen kann.

Nach dem hier Vorausgeschickten hält nun *Nobili* die Hauptfrage für gelöst, und die Construction vergleichbarer Galvanometer allerdings möglich; die ganze Schwierigkeit besteht darin, eine Nadel so zu magnetisiren, dafs sie 32 — 33 Schwingungen in 2′ gibt.

Ich mufs hier noch eines Hauptfehlers erwähnen, der dem Galvanometer ganz eigenthümlich ist. Ich meine nicht etwa den Verlust an magnetischer Kraft, der manchmal durch unvorhergesehene Umstände veranlafst eintritt, denn in einem solchen Falle ist es leicht die Nadel wieder bis auf den vorigen Grad zu magnetisiren oder sie durch andere von derselben Form zu ersetzen; sondern der Übelstand rührt von der Veränderlichkeit des Erdmagnetismus unter verschiedenen Breiten her. Eine Nadel, die in Italien 33 Schwingungen in 2′ gibt, würde in Peru ungefähr 28 geben (nach den Beobachtungen *Humboldts* berechnet); aber eine Differenz von 5 Schwingungen würde die Abweichungen der zwei zu vergleichenden Instrumente über alle schicklichen Grenzen vergröfsern, und die Vergleichbarkeit wäre gänzlich verschwunden. Da kann man sich nur helfen, dafs man durch Anbringung künstlicher Magnete den Einflufs des Erdmagnetismus stets auf demselben Grade zu erhalten sucht; doch scheint es, dafs wenigstens für die mittlere Zone Europas die Galvanometer nach der ange-

gebenen Construction auch ohne eine solche Correction hinlänglich vergleichbar bleiben.

Zur Vergleichbarkeit zweier Galvanometer gehört auch, daſs ihre Scalen von demselben Puncte ausgehen und gleich getheilt sind; als fixen Ausgangspunct schlägt nun *Nobili* den 30sten Grad vor, er liegt so ziemlich gegen die Mitte der Scala, und um ihn herum stimmen alle Nadeln am besten zusammen; allein um diesen Punct zu fixiren, müſste man einen Strom zu Gebote haben, der stets gleich stark, und zwar eben nur 30° stark wäre.

Die hydroelectrischen Ströme (so nennt *Nobili* alle nicht bloſs durch ungleichförmige Erwärmung der Elemente erregten) sind nie von constanter Stärke. Thermoelectrische Ströme hingegen können zwar von constanter Stärke erhalten werden, man hat bloſs stets dasselbe Element an einem Ende siedendem Wasser, am andern schmelzendem Eise auszusetzen; allein bei der Anwendung bloſs einer Nadel (und mit zwei Nadeln ist es nach den mannigfachst abgeänderten Versuchen unmöglich, eine Übereinstimmung der Instrumente durch die ganze Scala hindurch zu erhalten) erlangt man gewöhnlich nur eine Ablenkung von 3°, oder wenn es hoch kömmt, kaum von 10 — 12°, und alle diese Puncte liegen zu nahe an 0°, um die Eintheilung mit Zuverlässigkeit auf die ganze Scala übertragen zu können.

Die Idee electrischer Elemente von constanter Kraft ist von zu groſser Wichtigkeit, als daſs ich sie hier nicht noch ein Mal berühren sollte; nur durch dieselben wird man Aufschlüsse über die jährlichen Änderungen des Erdmagnetismus erhalten, und nur durch sie kann man hoffen, einst einen Galvanometer zu erhalten, der ganz vom gemeinen (nicht durch electrische Kräfte angeregten) Magnetismus unabhängig ist. Das Princip ist ein-

fach, allein die Ausführung ist mit Schwierigkeiten besäet, sie fordert andauernde Arbeiten und Apparate von ungemeiner Empfindlichkeit.

Die Construction vergleichbarer Galvanometer als gelungen vorausgesetzt, bleibt uns noch die *zweite* Aufgabe zu lösen übrig, welche Intensität jedem Puncte der Scala entspreche? Zwei verschiedene Wege scheinen zum Ziele zu führen, die *Dupplirmethode* und *die der Differenzen;* wir wollen zuerst die *Dupplirmethode* einschlagen.

Man verschafft sich entweder 1) nach *Becquerel's* Theorie auf irgend eine Art zwei gleiche Ströme, und läſst diese in derselben Richtung durch zwei gleich dicke und homogene Drähte gehen; da muſs ihre Wirkung der doppelten des einfachen Stromes gleich seyn. Hat man nun zuerst die Ablenkung der Nadel bei dem Einwirken des einen Stromes d°, dann die Ablenkung D° beim Einwirken beider Ströme beobachtet, und nennt die Intensität des einfachen Stromes 1, so entspricht D° der Kraft 2 u. s. w.; auf diese Weise kann man durch Ausdehnung dieses Verfahrens auf eine groſse Anzahl von schicklich gewählten Strömen den bedeutendsten Theil der Scala seinem Werthe nach bestimmen, und die Bedeutung der übrigen hieraus durch Interpolation berechnen. Dieses Verfahren hat aber gegen sich, daſs es schwer, ja beinahe unmöglich hält, sich für alle Puncte der Scala gleiche Ströme zu verschaffen. Nur thermoelectrische Ströme, wenn sie bei den beiden Normaltemperaturen 0° und 100° *C.* hervorgebracht werden, kann man auf vollkommene Gleichheit bringen; was die andern Ströme betrifft, sind sie nie gleich, oder wenn sie es sind, so dauert es nur einen Augenblick, welcher der Beobachtung rasch entflieht.

2) Ich habe der erste gefunden, und es läſst sich

leicht darthun, daſs die hydroelectrischen Ströme, so lange sie nicht eine bestimmte Stärke erreichen, eben so gut einen als zwei Umkreise des Multiplicators durchstreichen. Die Grenze, wo diese Eigenheit verschwindet, liegt desto weiter hinaus, je dicker und kürzer der Leitungsdraht, und je stärker die Spannung der Pole ist. Wir kommen gleich auf diese letzte Bedingung zurück, einstweilen genüge es uns, daſs wir für alle Puncte der Scala einen Strom finden können, der den Umfang zweier Multiplicatoren ganz durchstreicht. Wenn man also einen Strom erst durch einen, und dann durch zwei Multiplicatoren gehen läſst, so ist es eben dasselbe, als wenn man im zweiten Falle zwei Ströme von gleicher Intensität jeden durch einen Multiplicator gehen lieſse; beobachtet man bei beiden Versuchen die Ablenkung d^0 und D^0 der Nadel, so weiſs man, daſs D^0 einer doppelt so groſsen Intensität als d^0 entspreche. Die Richtigkeit der Resultate hängt hauptsächlich davon ab, daſs der Strom während der Zeit der zwei Beobachtungen sich nicht ändere; man wende daher neu hergerichtete Säulen und eine Säure an, die die Zinkplatten nicht zu schnell angreift.

3) Dieses dritte Verfahren ist es eigentlich, welches die gelungene Construction vergleichbarer Galvanometer voraussetzt. Man macht nämlich die beiden unter 2) erwähnten Beobachtungen zu gleicher Zeit, läſst an einem Rahmen den Strom nur durch einen, am andern aber durch zwei Multiplicatoren gehen. Da aber doch die zwei Multiplicatoren nicht an allen Puncten vollkommen übereinstimmen, muſs man auch die (schon früher gefundenen) Abweichungen in Rechnung bringen. Z. B. irgend ein Strom C bewirke am Galvanometer A eine Ablenkung von $24\,{}^3/_4{}^0$, und der Strom $2\,C$ am Galvanometer B die Ablenkung 32^0, man weiſs aber, daſs

A $24\,{}^3/_4{}^0$ zeigt, wo *B* 25° gibt, daher ist der Strom von 32° nicht gleich 2. Strom $24\,{}^3/_4{}^0$, sondern Strom 32° = 2. Strom 25°.

Unter diesen drei Verfahrungsarten der Dupplirmethode hat offenbar die letzte den Vorzug; allein trifft nicht auch diese, wie die ganze Methode der Vorwurf, daſs der geringste bei der Bestimmung der niederen Grade gemachte Fehler sich auch so oft dupplire, als die Dupplirung überhaupt zur Bestimmung der höhern Grade nothwendig ist? — Wir wollen dieſs etwas näher prüfen.

Durch mehrfach wiederholte Versuche ist man sicher, daſs bis zum vierten Grade der Scala die Intensitäten der Ströme den Ablenkungen proportionirt sind; über 4° hinaus geben andere Beobachtungen ungefähr folgende Resultate: Ein Strom von

54°	entspricht	dem	Doppelten	eines	Stromes	von	44°.
44°	»	»	»	»	»	»	34°.
34°	»	»	»	»	»	»	27°.
27°	»	»	»	»	»	»	21°.
21°	»	»	»	»	»	»	16°.
16°	»	»	»	»	»	»	11°.
11°	»	»	»	»	»	»	7°.
7°	»	»	»	»	»	»	4°.

Wären diese Resultate genau, so könnte man vom Strome, dem eine Ablenkung von 4° entspricht, ausgehen, seine Intensität = 4 setzen, und man würde unter dieser Voraussetzung folgende Resultate erhalten:

Ein	Strom	von	4°	=	4.00.
»	»	»	7°	=	8.00.
»	»	»	11°	=	16.00.
»	»	»	16°	=	32.00.
»	»	»	21°	=	64.00.
»	»	»	27°	=	128.00.

Ein Strom	von	34°	=	256.00.
»	»	44°	=	512.00.
»	»	54°	=	1024.00.

Allein der Strom von 7° ist nicht genau der doppelte des von 4°; die besten Beobachtungen gaben ein um etwas weniger kleineres Resultat. Nun kann man selbst $^1/_8{}^0$ noch schätzen, daher die Fehler des Ablesens nie diesen Bruch überschreiten, und wir sagen können, daſs das, was dem Strome von 4° fehle, um genau die Hälfte des Stromes von 7° zu seyn, nicht $^1/_8{}^0$ betrage. Nimmt man daher an, daſs der Strom 7° = 2. Strom 3 $^7/_8{}^0$ sey; so geht man von einer Angabe aus, die unter der Wahrheit zurückbleibt, während unsere erste Angabe (Strom 7° = 2. Strom 4°) zu groſse Resultate gab, so daſs die möglichen Fehler zwischen diesen Grenzen liegen müssen. Nach dieser letztern Voraussetzung erhält man folgende Werthe:

Strom	von	3° $^7/_8$	=	3.875.
»	»	7°	=	7.75.
»	»	11°	=	15.50.
»	»	16°	=	31.00.
»	»	21°	=	62.00.
»	»	27°	=	124.00.
»	»	34°	=	248.00.
»	»	44°	=	496.00.
»	»	54°	=	992.00.

Alle diese Werthe unterscheiden sich von den vorigen nur um $^1/_{32}$, was auch natürlich, da man in diesem Beispiele voraussetzt, daſs keine andern Fehler obwalten, als den wir in der ersten Gleichung berücksichtigten. Allein da es doch eben so leicht ist, daſs wir auch bei jeder andern Gleichung um $^1/_8{}^0$ uns geirrt haben, und wir uns auch nicht darauf verlassen dürfen, daſs wir bald zu viel, bald zu wenig lesen und so die

Fehler sich compensiren werden, so sieht man ein, daſs das letzte Resultat mit einem viel gröſsern Fehler behaftet seyn könne, als den wir hier angenommen haben; und dieſs ist auch der Grund, warum *Nobili* in der Folge die Methode der Dupplirung verlassen, und jene der Differenzen eingeschlagen hat.

Das Wesentliche dieser letztern Methode besteht darin, daſs man die zweien Strömen *C* und *c* entsprechenden Ablenkungen, dann die Differenz beider Ströme, wenn man sie in entgegengesetzter Richtung durch gleiche Drähte desselben Instrumentes gehen läſst, und die dieser entsprechende Ablenkung beobachtet. Auf diese Weise erhielt *Nobili* folgende Resultate:

Strom	von	2°	=	Strom	10°	—	Strom	9°.
»	»	3°	=	»	13°	—	»	12°.
»	»	4°	=	»	16°	—	»	15°.
»	»	5° 1/2	=	»	19°	—	»	18°.
»	»	7°	=	»	22°	—	»	21°.
»	»	8°	=	»	24°	—	»	23°.
»	»	10°	=	»	27°	—	»	26°.
»	»	12°	=	»	31°	—	»	30°.
»	»	13°	=	»	34°	—	»	33°.
»	»	14°	=	»	37°	—	»	36°.
»	»	15°	=	»	40°	—	»	39°.
»	»	17°	=	»	45°	—	»	44°.
»	»	19°	=	»	50°	—	»	49°.
»	»	21° 1/2	=	»	55°	—	»	54°.
»	»	24°	=	»	60°	—	»	59°.

Diese Differenzenreihe liegt der Tafel der Intensitäten zu Grunde, die im Verlaufe dieser Arbeit folgt.

Ohne in das Detail der Untersuchungen dieser Art einzugehen, kann man leicht sehen, daſs *Nobili* ohne den Gebrauch seiner vergleichbaren Galvanometer wohl schwerlich zum Ziele gekommen seyn würde. Das Mes-

sen zweier Ströme, des einen nach dem andern, und hierauf das Nehmen ihrer Differenz ist ein Versuch, der drei nach einander vorzunehmende Operationen erfordert, während denen die Stromstärke immer mehr oder weniger variirt, so daſs man den Versuch mehrmal wiederholen, die Variationen des Stromes berücksichtigen, ihre Quelle und Aufeinanderfolge genau analysiren muſs, ehe man sich für ein Resultat zu entscheiden vermag. Mittelst zweier vergleichbarer Galvanometer aber wird das Ganze auf zwei successive Operationen reducirt; man miſst nämlich die beiden Ströme, einen nach dem andern, auf einem Instrument, während man gleichzeitig ihre Differenz auf dem andern Galvanometer beobachtet. Bei der Wiederaufnahme dieser Arbeiten will sich *Nobili* dreier Galvanometer bedienen, einen für jeden Strom, und den dritten für ihre Differenz. Die Abweichungen der drei Instrumente lassen sich nach einer vorläufigen Vergleichung leicht in Rechnung bringen.

Die Tafel der Intensitäten ist in zwei Hauptcolumnen getheilt; in der ersten stehen die Grade der Ablenkung, in der zweiten der numerische Werth eines jeden Grades, den Strom, der eine Ablenkung von 1° hervorbringt, als 1.00 angenommen. Die beiden Columnen haben jede ihre Rubrik der Differenzen, die eine in Graden, die andere in Zahlen; letztere ist ganz Resultat der Rechnung, die erste Rubrik theils aus Beobachtungen, theils durch Interpolationen gefunden, und wo das erste der Fall ist, wird es durch ein Sternchen bezeichnet. Da die Richtigkeit der Tafel hauptsächlich von der genauen Bestimmung der ersten Puncte der Scala abhängt, so wurden diese ersten Grade mehrmals, bald nach der Dupplirmethode, bald nach der der Differenzen bestimmt, und die Mittel aus den zuverläſsigsten Beobachtungen beider Art gewählt. — Aber selbst in

den Werthen der höhern Grade, wenn sie sich auch nicht mit der Genauigkeit wie die niedrigern bestimmen lassen, hat sich schwerlich irgendwo ein Fehler von $^1/_2{}^0$ eingeschlichen. — Der Galvanometer mit 4 Multiplicatoren gewährt ja dem Physiker hinreichende Mittel, das nach der Methode der Differenzen gefundene durch Dupplirung, Trippl- und Quadruplirung des einfachen Stromes zu controlliren.

Tafel der Intensitäten.

Stärke des Stromes in				Stärke des Stromes in			
Graden.		Zahlen.		Graden.		Zahlen.	
	Diff.		Diff.		Diff.		Diff.
1°.		1.00	1.00	31°.	*12°.33	187.68	19.19
2		2.00	1.00	32	12 .66	206.87	20.19
3		3.00	1.00	33	*13 .00	227.06	21.19
4		4.00	1.20	34	13 .33	248.25	22.30
5		5.20	1.20	35	13 .66	270.55	23.41
6		6.40	1.40	36	*14 .00	293.96	24.52
7		7.80	1.60	37	14 .33	318.48	25.74
8		9.40	1.80	38	14 .66	344.22	26.96
9	* 2°.00	11.20	2.00	39	*15 .00	371.18	28.18
10	2 .33	13.20	2.33	40	15 .40	399.36	29.78
11	2 .66	15.53	2.66	41	15 .80	429.14	31.38
12	* 3 .00	18.19	3.00	42	16 .20	460.52	33.10
13	3 .33	21.19	3.33	43	16 .60	493.62	34.94
14	3 .66	24.52	3.66	44	*17 .00	528.56	36.78
15	* 4 .00	28.18	4.00	45	17 .40	565.34	38.86
16	4 .50	32.18	4.60	46	17 .80	604.20	40.94
17	5 .00	36.78	5.20	47	18 .20	645.14	43.14
18	* 5 .50	41.98	5.80	48	18 .60	688.28	45.46
19	6 .00	47.78	6.40	49	*19 .00	733.74	47.78
20	6 .50	54.18	7.10	50	19 .50	781.52	50.98
21	* 7 .00	61.28	7.80	51	20 .00	832.50	54.18
22	7 .50	69.08	8.60	52	20 .50	886.68	57.73
23	* 8 .00	77.68	9.40	53	21 .00	944.41	61.28
24	8 .66	87.08	10.59	54	*21 .50	1005.69	65.18
25	9 .33	97.67	11.86	55	22 .00	1070.87	69.08
26	*10 .00	109.53	13.20	56	22 .50	1139.95	73 38
27	10 .50	122.73	14.37	57	23 .00	1213.33	77.68
28	11 .00	137.10	15.53	58	23 .50	1291.01	82.38
29	11 .50	152.63	16 86	59	*24 .00	1373.39	87.08
30	*12 .00	169.49	18.19	60		1460.47	

Der Galvanometer mifst blofs den Strom, der seinen Draht durchstreicht; allein wenn der Strom aus einer hinlänglich reichen Quelle kommt, wird ihn der Draht nicht mehr ganz abzuleiten vermögen; welcher Theil desselben wird nun durch den Draht strömen, und welcher nicht? — Man mufs hier, um Verwirrung zu vermeiden, zwischen thermo- und hydroelectrischen Strömen unterscheiden.

Die thermoelectrischen Ströme werden aufserordentlich geschwächt, wenn man ihren Lauf verlängert; das Gesetz dieser Abnahme ist sehr complicirt; bei einer gewissen Anzahl Windungen tritt ein Maximum ein; über und unter dieser Anzahl nimmt die Wirkung des Stromes, und zwar desto mehr ab, je mehr man sich von dieser Grenze entfernt. Aber wie gesagt, diefs findet nur für thermoelectrische Ströme Statt, für alle andern wird das Instrument desto empfindlicher, je mehr man die Windungen des Drahtes um den Rahmen vermehrt. Dieser Unterschied in der Wirkung der Ströme ist übrigens leicht erklärbar, wenn man sich an die unvollkommene Leitfähigkeit der Drähte für schwache Ströme erinnert, zu welchen doch alle thermoelectrischen gehören. Aus der angeführten Ursache scheint die Untersuchung des auf den Multiplicator nicht einwirkenden Theiles bei den thermoelectrischen Strömen allzu complicirt, um auf dem Erfahrungswege allein zugänglich zu seyn; und wir wollen die Lösung der Aufgabe hier *blofs bei den hydroelectrischen Strömen* versuchen.

1. Die erste Regel, die man da aufstellen kann, lautet: Bei gleicher Kraft lassen die Ströme einen desto kleineren Rest zurück, je gröfser die Anzahl der sie erzeugenden *Volta*'schen Elemente ist; z. B. eine Säule von 12 Elementen, die eine Ablenkung von 30° gibt, geht ganz durch einen Draht meines Instruments, wäh-

rend ein gleich starker Strom aus einem Elemente bei Einem Drahte $^1/_{10}$ seiner Intensität verliert.

2. Je stärker der Strom ist, desto weniger kann ihn ein Draht fassen, und wenn er z. B. bei Anwendung eines Drahtes eine Ablenkung von d^0 gab, wird er bei Anwendung von zwei Drähten $d^0 + r^0$ geben, und falls er so stark ist, daſs auch zwei Drähte ihn nicht ganz abzuleiten vermögen, wird die Anwendung eines dritten Drahtes die Ablenkung wieder um r'^0, die Anwendung eines vierten dieselbe abermals um r''^0 vermehren. — Dieſs ist die Art und Weise, die zurückbleibenden Theile des Stromes zu untersuchen. Ein einziges *Volta*'sches Element, das man, um Ströme von schicklicher Stärke zu erhalten, bald minder, bald mehr in eine verdünnte Säure eintauchen konnte, gab so behandelt folgende Resultate:

Allmähliche Eintauchungen.	Ablenkungen eines Stromes, der entladen wurde durch			
	einen Draht	zwei Drähte.	drei Drähte.	vier Drähte.
1	10^0	$10^0 + 0$	$10^0 + 0 + 0$	$10^0 + 0 + 0 + 0$
2	18^0	$18^0 + \frac{1}{8}$	$18^0 + \frac{1}{8} + 0$	$18^0 + \frac{1}{8} + 0 + 0$
3	23^0	$23^0 + \frac{1}{4}$	$23^0 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	$24^0 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 0$
4	29^0	$29^0 + \frac{1}{2}$	$29^0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$29^0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
5	37^0	$37^0 + 1$	$37^0 + 1 + \frac{1}{2}$	$37^0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
6	47^0	$47^0 + 2$	$47^0 + 2 + 1$	$47^0 + 2 + 1 + \frac{1}{2}$

Der Strom von 29^0 ist, wie wir nach dem Gesetze der Differenzen sehen, der letzte, den man noch vollständig durch die vier Drähte des Instrumentes entladen kann; der Strom von 37^0 würde hiezu noch einen fünften, der von 47^0 sogar noch einen sechsten Draht be-

dürfen. Die Differenzen der Intensität bilden ferner eine geometrische Reihe, deren erstes Glied die erste Differenz r, und deren Exponent $^1/_2$ ist, so dafs ihre gesammte Summe $2r - ^1/_8$ ist (da wir nach den Anzeigen unseres Instrumentes bei $^1/_8{}^0$ stehen bleiben müssen).

Drückt man die Grade der Ablenkung durch die in der Tafel der Intensitäten berechneten Zahlen aus, und eben so die Summe der Reste $2r - ^1/_8$ durch die nach derselben Tafel leicht zu berechnenden entsprechenden numerischen Werthe; so erlangt man noch andere interessante Vergleichungspuncte, wie aus folgender Tafel ersichtlich.

Ablenkungen.	Intensitäten.	Summe der Reste $2r - ^1/_8$.	
		Grade.	Zahlen.
18°	41.98	0°.125 =	0.73 = $\frac{1}{58}$ (41.98)
23°	77.68	0°.375 =	3.53 = $\frac{1}{22}$ (77.68)
29°	152.63	0°.875 =	14.75 = $\frac{1}{10}$ (152.63)
37°	318.48	1°.875 =	49.33 = $\frac{1}{6.5}$ (318.48)
47°	645.14	3°.875 =	181.00 = $\frac{1}{3.6}$ (645.14)

Vergleicht man nämlich die in Zahlen ausgedrückten Intensitäten mit den in Graden ausgedrückten Resten, so sieht man, dafs die einen wie die andern (das erste Glied aus der Vergleichung weggelassen) sich von einem Gliede zum andern verdoppeln, also im Ganzen denselben Schritt halten; allein vergleicht man erstere mit den ebenfalls in Zahlen ausgedrückten Resten, so

sieht man, daſs letztere in einer viel mehr convergirenden Reihe abnehmen, die aber keinen regelmäſsigen Gang zu nehmen scheint.

Wir wollen nicht weiter ins Detail der Untersuchungen über den zurückbleibenden Antheil der Ströme eingehen, sie gehören streng genommen nicht in das Bereich gegenwärtiger Abhandlung, und ich muſste sie hier nur berühren, um den Physiker in den Stand zu setzen, die Anzeigen seines Galvanometers zu vervollständigen. Man erlaube uns nur noch eine Bemerkung über die Schwierigkeiten dieser Materie. Die Physik wie die angewandte Mathematik sind nun auf einen Standpunct gelangt, wo die einfachen, leichteren Versuche und Untersuchungen nicht mehr genügen, man muſs sich in verwickeltere, langwierigere Arbeiten einlassen. Was insbesondere die Galvanometrie betrifft, lassen selbst die von *Becquerel*, *La Rive*, *Marianini* angestellten so verdienstvollen Untersuchungen noch viel zu wünschen übrig, insbesondere vermiſst man genaue Maſsbestimmungen und Vergleichbarkeit; und darum habe ich gegenwärtige Forschungen unternommen und bekannt gemacht, obgleich ich mir nicht verhehlte, mit welchen Schwierigkeiten ich zu kämpfen, und an welchen Unvollkommenheiten meine Arbeit zu leiden haben würde.

2. Über die physiologische Wirkung der Electricität. Von *St. Marianini.*

(Bibl. univ. Déc. 1829, *p.* 287.)

Marianini hat in einer früheren Arbeit, die er der Redaction dieser Zeitschrift mittheilte, und im 5. Bande derselben enthalten ist, die Contractionen, welche man erfährt, wenn man aufhört, einen Theil des Schlieſsungsbogens eines Electromotors auszumachen, in idiopathische und sympatische eingetheilt. Erstere treten ein,

wenn die Electricität durch einen Muskel geht, und sind von der Richtung des electrischen Stromes (im Sinne der Unitarier) unabhängig, letztere zeigen sich, wenn die Electricität durch den die Bewegung des Muskels dirigirenden Nerv strömt, und dieser Strom der Richtung nach der Verzweigung des Nervs folgt. Aus diesem folgt: Beide Erschütterungen, die idiopathische und die sympathische, treten zugleich ein, wenn der electrische Strom durch irgend ein Glied eines Thieres geht und der Richtung des Nerves folgt, während nur die idiopathische hervortritt, wenn die Electricität die entgegengesetzte Richtung einschlägt. Es muſs demnach die Erschütterung im ersten Falle viel stärker seyn als im zweiten, und dieses bestätiget die Erfahrung.

Bringt man die rechte Hand mit dem positiven Pole eines Electromotors in leitende Verbindung, die linke hingegen mit dem negativen Pole desselben, und geht der electrische Strom nach beiden Seiten mit gleicher Leichtigkeit durch, so empfindet man bei jedem Schliessen der Kette in beiden Armen eine Erschütterung, doch ist die im linken Arme stärker als im rechten. Nimmt der electrische Strom eine entgegengesetzte Richtung, so findet in Betreff der Stärke der beiden Erschütterungen auch das Gegentheil Statt.

Berührt man den positiven Pol mit einer Hand, und setzt zugleich den negativen Pol mit einem Fuſse in Verbindung, so folgt der electrische Strom im Fuſse der Verzweigung des Nerven, während er in der Hand den entgegengesetzten Weg einschlägt, und darum ist die Erschütterung im Fuſse, wo sie zugleich idiopathisch und sympathisch ist, gröſser als im Arme, wo nur die erstere eintritt. Dasselbe findet Statt, wenn die Electricität von der Schulter in die Hand, von einem Fuſs in den anderen etc. geht.

Der Unterschied, welcher sich in den genannten Fällen zeigt, ist bei einigen Individuen, besonders bei Paralytischen, gröfser als bei anderen. *Marianini* bemerkte, als er einen Mann, der an der Hemiplegie litt, mittelst eines Electromotors von 80 Plattenpaaren electrisirte, dafs, wenn der electrische Strom von der Hand in die Schulter überging, die Muskeln eine kaum bemerkliche Contraction zeigten, während diese sehr stark war, wenn der Strom den entgegengesetzten Weg nahm. Bei einigen Individuen, die von der Paraplegie behaftet waren, zeigte sich dieser Unterschied nur in einem Gliede. Eine Frau, welche in Folge einer Entzündung des Rückenmarkes den Gebrauch der unteren Gliedmassen eingebüfst hatte, und dieselben nicht ausstrecken konnte, fühlte im linken Fufse eine viel stärkere Contraction, wenn derselbe mit dem negativen Pole eines thätigen Electromotors in Verbindung stand; am rechten Fufse war diese Contraction gleich grofs, er mochte mit dem positiven oder negativen Pole communiciren. Es scheint demnach dieses Organ das Vermögen zu sympathischen Erschütterungen verloren zu haben, welches von einer verminderten Empfänglichkeit des Nerves für die nach der Richtung seiner Verzweigung ihn durchströmende Electricität herrühren mag.

Taucht man einen Finger bis ans zweite Glied in eine Tasse, welche Wasser enthält, und in welcher sich zugleich der positive Pol eines Electromotors von 25 bis 30 Plattenpaaren befindet, und stellt den Kreislauf der Electricität dadurch her, dafs man den negativen Pol mittelst eines Cylinders berührt, den man in der anderen auch benetzten Hand hält, so fühlt man in der Hand einen Stofs, der nur bis zum zweiten Gliede reicht; kehrt man aber die Richtung des Stromes um, so fühlt man den Stofs bis zum dritten Gliede. Im ersten Falle

scheint die Erschütterung mehr äuſserlich und fast mit einer schmerzhaften Empfindung begleitet, im zweiten ist sie mehr innerlich, und man fühlt an der Stelle, wo der Finger das Wasser berührt, nichts. *Marianini* sagt, die Wirkung dieser zwei Ströme am Ringfinger seiner linken Hand so deutlich empfunden zu haben, daſs er es keiner aus vorgefaſster Meinung entsprungenen Täuschung zuschreiben kann, und meint, der Unterschied, welcher beim Wechseln der Richtung des Stromes eintritt, rühre davon her, daſs in einem Falle beide vorhergenannte Arten der Erschütterung zugleich, im anderen aber nur eine derselben Statt findet.

Nimmt man zwei metallische mit benetzter Leinwand überzogene Cylinder in die Hände, und setzt sie mit den Polen einer Säule von 30—40 Plattenpaaren und einer mäſsigen Wirksamkeit in Communication, so empfindet man auſser den Stöſsen, sobald man die Kette schlieſst, an dem Ballen jener Hand, die mit dem positiven Pole communicirt, eine besondere Affection, die bei Personen, welche für die Electricität sehr empfindlich sind, dem Gefühle gleicht, welches eintritt, wenn man an einer Hand oder am Fuſs einen Nerven einige Zeit lang gedrückt hat.

3. Über synthetische electrochemische Wirkungen und ihre Anwendung bei Krystallisirung des Schwefels und anderer Körper. Von *Becquerel.*

(Gelesen in der k. Academie der Wissenschaften am 25. Jänner 1830. *Ann. de Chim. et de Phys. T. XLIII., p.* 131.)

Der synthetische Theil der Chemie ist gewiſs der am wenigsten entwickelte. Die Bemühungen *Hall's* und *Berthier's*, die Untersuchungen *Mitscherlich's* über die verschiedenen krystallisirten Massen, die sich in den

Öfen erzeugen, haben zu wenig Unterstützung und Nachahmung gefunden. Was endlich die künstliche Erzeugung organischer Producte betrifft, hat die Wissenschaft noch viel geringere Fortschritte gemacht.

Die Schwierigkeit, die Körper der Natur wieder zusammen zu setzen, rührt gröſstentheils von dem Verfahren her, dessen man sich gewöhnlich bedient; denn wie werden diese synthetischen Versuche angestellt? Da löst man die Körper in Flüssigkeiten auf, läſst sie auf einander wirken, ruft vielleicht noch die Wärme oder gar den electrischen Funken zu Hülfe, lauter Einwirkungen, die zu kräftig, zu rasch auftreten, um die meisten zusammensetzbaren Körper, besonders die organischer Natur, zu erzeugen, welche letztere sich oft nur durch schwache Variationen in dem Mengenverhältnisse der Bestandtheile, oft nur durch die Art und Weise der Aggregation von einander unterscheiden. Ferner, wenn man zwei Körper auf einander wirken läſst, um eine höhere Verbindungsstufe zu erzeugen, reagiren alle constituirenden Elemente des einen auf die des andern, und der Chemiker hat selten Mittel, einige Theile von der Gesammtwirkung auszuschlieſsen. Oft kann er die Elemente nicht im Momente ihres Freiwerdens, also nicht unter den für das Spiel der chemischen Verwandtschaft günstigsten Umständen, anwenden; was alles die Zahl der auf diesem Wege zu erzeugenden Substanzen nothwendig beschränken muſs.

Die Electrochemie hingegen, wie geeignet ist sie nicht zu synthetischen Untersuchungen. Sie liefert die Elemente im Momente ihres Freiwerdens, langsam, eines nach dem andern, auf eine regelmäſsige Weise, so daſs selbst, wenn der Körper unlösbar ist, die Zahl der Theilchen keine Störung in der Art ihrer Anordnung hervorbringen kann. Sie ist auch, meines Dafürhaltens,

am geeignetsten, über die Phänomene der Zersetzung und Zusammensetzung der Flüssigkeiten, welche die Gewebe der organischen Körper durchströmen, Aufschlufs zu geben. Denn was auch die Ursache dieser Strömung seyn mag, so steht sie doch der chemischen Einwirkung der Theilchen dieser Flüssigkeiten unter einander, und mit jenen Theilchen, mit denen sie stätig in Berührung treten, so entgegen, wie die Kraft des electrischen Stromes der chemischen Einwirkung auf die Theilchen, die er durch Auflösungen verschiedener Natur hindurch von einem Pole zum andern überführt. In dem einen wie im andern Falle tritt eine chemische Wirkung nur ein, wenn die Verwandtschaftskräfte die des electrischen Stromes überwältigen.

Diesen Streit der Verwandtschaftskräfte mit denen des electrischen Stromes hat schon *H. Davy* nachgewiesen. Wenn in den mittelst der Säule geschehenen Zersetzungen die Säure bei ihrem Übergange zum positiven Pole einer Basis begegnet, mit der sie ein unlösbares Salz zu bilden vermag, erfolgt alsogleich die Verbindung und der Niederschlag; wenn jedoch die Spannung der Säule hinlänglich stark ist, findet kein Niederschlag Statt, die Säure setzt ihren Weg zum positiven Pole fort, und die Basis begibt sich in entgegengesetzter Richtung zum negativen. Die nachfolgenden Untersuchungen werden neue Belege für diese Erfahrungen geben, da sie sich hauptsächlich mit den Erscheinungen der Zerlegung und Zusammensetzung beschäftigen, welche durch die Einwirkung der von schwachen electrischen Strömen fortgeführten Körper auf die constituirenden Theile der Auflösungen erfolgen, durch welche sie geführt werden.

Wir wollen den Fall betrachten, wo das Metall am

positiven Pole durch die Reaction seines Oxydes auf die Bildung neuer Zusammensetzungen Einfluſs nimmt.

Erstes Beispiel. Ein Glasrohr, mehrere Centimeter im Durchmesser, an beiden Enden offen, an seinem untern Theile feinen mit einer Salpeterlösung getränkten Thon, an seinem obern gemeinen Alkohol enthaltend, wird in ein anderes Rohr gebracht, das mit einer Kupfervitriollösung angefüllt ist; zwischen beiden Flüssigkeiten wird von auſsen eine Communication hergestellt mittelst eines Bogens aus einer Kupfer- und einer Bleiplatte, die an einem Ende an einander gelöthet sind; die Kupferseite steht in der Vitriollösung, die Bleiseite im Alkohol. Der Kupfervitriol fängt bald an zerlegt zu werden in Folge chemischer Wirkungen, die gröſstentheils von der Reaction dieses Salzes auf den Salpeter herrühren. Das Kupfer reducirt sich auf der Kupferscheibe, dem negativen Pole, während das Oxygen und die Schwefelsäure auf die Seite der Bleiplatte übergeführt werden; allein statt ein schwefelsaures Oxyd dieses Metalles zu erhalten, entdeckt man dort in wenigen Tagen eine groſse Menge octaëdrischer Krystalle aus salpetersaurem Blei. Dieses beweist augenscheinlich, daſs die Schwefelsäure beim Durchgange durch den Thon den Salpeter zerlegt und die Salpetersäure aus der Verbindung mit dem Kali verdrängt habe, worauf diese zum positiven Pole strömt, zerlegt wird, theils das Metall oxydirt, theils sich dann mit dem Oxyde verbindet.

Zweites Beispiel. Dazu diene uns das Doppelsalz aus schwefelsaurem und kohlensaurem Kali *(sulfo-carbonate de potasse)*, dessen Auflösung, falls sie nicht sehr concentrirt ist, schon in der freien Luft nach und nach zersetzt wird, und bei welchem daher auch durch schwache Kräfte Veränderungen in dem chemischen Zustande

seiner Theile hervorgebracht werden können. Man nimmt zwei Glasbecher, gieſst in den einen eine Kupfervitriollösung, in den andern eine Lösung des Doppelsalzes in Alkohol, stellt dann die Communication zwischen beiden Flüssigkeiten her, einerseits durch eine krumme Glasröhre, die wieder mit einer Salpeterlösung getränkten Thon enthält, und andererseits durch obengedachten Blei- und Kupferbogen, so daſs das Kupfer im Vitriol und das Blei in der Salzlösung steht. Das Blei erscheint hier als der positive Pol einer kleinen Säule, deren Intensität hinreichend ist, um den Vitriol zu zerlegen. Das Kupfer wird reducirt, der Sauerstoff und die Schwefelsäure werden zum Blei überführt, die Säure zerlegt den Salpeter, wie vorher, so daſs bloſs der Sauerstoff und die Salpetersäure in die Doppelsalzlösung gelangen; hier beginnen sie auf dessen constituirende Theile zu wirken, bis endlich die Intensität des Stromes die Verwándtschaftsstärke der verschiedenen vorhandenen Elemente überwältigt, worauf erst die Überführung der Theilchen zur Bleiplatte erfolgt, wo die letzte chemische Wirkung eintritt. Bei diesem Hergange bilden sich allmählich folgende Producte: Neutrales kohlensaures Kali, das an den Wänden des Gefäſses krystallisirt, kohlensaures Blei in nadelförmigen Krystallen, ähnlich den in der Natur vorkommenden, und wahrscheinlich auch schwefelsaures Kali und Blei; endlich setzt sich der Schwefel, der aus der Zersetzung des Schwefelkohlenstoffes und Schwefelkalis gewonnen wird, auf der Bleiplatte ab, und krystallisirt in vierseitigen Pyramiden, wie in der Natur. Diese Pyramiden haben nach einem Monate ungefähr 1 Millimeter Länge.

Becquerel macht hier auf diese Methode aufmerksam, als die geeigneteste, Schwefelkrystalle zu erzeugen; statt schwefelsaurem Kupfer kann man sich gleich des salpe-

tersauren bedienen, wo man dann die Salpetersäure ohne Zwischenmittel erhält.

Die Producte, welche man bei der Zersetzung des schwefel-kohlensauren Kali erhält, variiren mit der Intensität des electrischen Stromes und der Concentration der Auflösung. Mit einer Auflösung in Wasser z. B. erhält man wenig Schwefel und viel kohlensaures Blei. Diese Ungleichheit der Resultate steht im Zusammenhange mit dem Verhältnifs der Verwandtschaftskräfte der verschiedenen Körper zu der Intensität des electrischen Stromes, welche mit der Leitfähigkeit der Flüssigkeiten und der Energie der chemischen Thätigkeiten sich ändert, und die für jeden Moment zu bestimmen nach dem jetzigen Zustande der Wissenschaft unmöglich ist.

Auch andere schwefel-kohlensaure Salze, die demselben Versuche unterzogen wurden, haben analoge Resultate gegeben, und ihre Zerlegung und Ablagerung an dem passend gewählten Metall am positiven Pole haben mir schwefelsaure Kalk- und Barytkrystalle geliefert, in derselben Form, wie man sie in den verschiedenen Erdformationen findet, und die ich in einem andern Mémoire näher betrachten werde, wo ich die unlöslichen Schwefelsalze und die Umstände ihrer Bildung behandeln will. Auf den schwefelsauren Baryt komme ich ohnediefs bald noch ein Mal zu sprechen.

Drittes Beispiel. Mit einer Auflösung von doppelkohlensaurem Natrum *(bicarbonate de soude)* füllt man eine Röhre, die im unteren Theile mit derselben Auflösung getränkten Thon enthält, stellt sie in eine andere, worein man eine Auflösung von Kupfervitriol giefst, und taucht dann in jede Flüssigkeit ein Ende eines Kupferstreifens. Das Ende in der Schwefellösung, als der negative Pol, zerlegt dieses Salz, zieht das Kupfer an, und treibt die Schwefelsäure und den Sauerstoff zum andern Pole hin.

Allein die Schwefelsäure begegnet auf diesem Wege der Kohlensäure, verdrängt sie aus ihrer Verbindung, und nimmt ihren Platz ein; letztere bildet nun mit dem sie oxydirenden Kupfer ein Salz, das sich wieder mit dem kohlensauren Natrum verbindet, und ein kohlensaures Doppelsalz hervorbringt, das in schönen atlasartigen, bläulich-grünen Nadeln krystallisirt. Diese im Wasser unlösliche Substanz wird durch Wärme zersetzt, das kohlensaure Natrum wird aufgelöst, das kohlensaure Kupferoxyd niedergeschlagen und wird braun, wie das gewöhnlich mit siedendem Wasser behandelte Carbonat.

In allen drei erwähnten Fällen braucht man nur eine stärkere Säule anzuwenden, und alle Säuren ohne Ausnahme werden zum positiven Pole übergeführt; jedoch ist die hier benützte, bei schwachen Säulen wirksame Eigenheit der Schwefelsäure, schwächere Säuren aus ihren Verbindungen zu scheiden, mit gewissen Erscheinungen verknüpft, die später besprochen werden.

Der electrische Strom, dessen ich mich bei diesen Zersetzungen und Verbindungen bediente, kann aus zwei Ursachen entspringen: aus der chemischen Reaction der beiden sich berührenden Flüssigkeiten, oder aus der chemischen Wirkung der in der kleinen Röhre befindlichen Flüssigkeit auf das in dieselbe getauchte Metall. Ist eine von diesen beiden Quellen ausgiebig genug, so kann man den Einfluſs der andern hintansetzen; allein sind beide schwach, und die Ströme, welche sie geben, von derselben Richtung, so bedarf man zur Erzeugung electrochemischer Wirkungen nothwendig ihrer Summe. Oft sind selbst beide Ströme zusammen so schwach, daſs die Kupferreduction in der gröſsern Röhre gar nicht Statt findet, da kann man auch keine Resultate weiter hoffen; und sollten sich daher nach Verlauf einiger Tage keine Kupferkrystalle auf der Platte, die

in der salpetersauren oder schwefelsauren Lösung stehet, angesetzt haben, so setze man den Versuch nicht weiter fort, und verbessere und verstärke seinen Apparat.

Es wäre auch zu wünschen, daſs man stets mit Auflösungen operiren könnte, die so energisch auf einander wirken, daſs sie selbst, wenn die in der kleinern Röhre befindliche Platte aus Gold oder Platin ist, hinreichend starke Ströme hervorbrächten, um so die Phänomene der Zerlegung und Zusammensetzung unabhängig von der Reaction der sich bildenden Oxyde untersuchen zu können. Dieſs wäre der einzige Weg, zu entdecken, was in den organischen Substanzen vorgehe, wenn man mit Hülfe der Electricität Stoffe in sie überträgt, die ihnen einen oder den andern ihrer constituirenden Theile zu entziehen vermögen. — Indeſs kann man der nicht zureichenden chemischen Kraft der Flüssigkeiten durch einen Apparat nachhelfen, den ich nun beschreiben will, und der die Wirkung der am positiven Pole sich bildenden Oxyde nach Belieben aufzuheben gestattet.

Man nimmt drei Gläser *A*, *A'*, *A''* (Fig. 3), stellt sie in eine Linie, in geringe Entfernung von einander; das erste ist mit einer Auflösung von schwefelsaurem oder kohlensaurem Kupfer, das zweite mit einer Auflösung der Substanz, an der man die Veränderung der constituirenden Theilchen zu untersuchen gedenkt, das dritte endlich mit Wasser gefüllt, das man durch einen kleinen Zusatz von einer Säure oder Seesalz zu einem bessern Leiter der Electricität macht. *A* communicirt mit *A'* mittelst einer gekrümmten Röhre *a b c*, die Thon enthält, der mit einer Salzlösung angefeuchtet wird, deren Beschaffenheit von der Veränderung abhängt, die man eben in der zu untersuchenden Substanz hervorbringen will. *A'* und *A''* communiciren mitsammen durch

einen Gold- oder Platinstreifen $a'b'c'$, und endlich A und A'' durch eine *Volta*'sche einfache Zink- und Kupferkette. In A' steckt auch ein Sicherheitsrohr $t\,t'$, um den innern Druck der erzeugten Gase anzuzeigen. — Dieser Anordnung gemäfs ist die Platinplatte a' der positive Pol einer kleinen, langsam und stettig wirkenden Säule, die aber, wenn nur die Flüssigkeit in A' ein ziemlich guter Leiter ist, hinlängliche Stärke besitzt, um das in A befindliche schwefelsaure Kupfer zu zerlegen. Sobald diefs geschieht, strömt der Sauerstoff und die Schwefelsäure nach a', letztere verdrängt oftmals auf ihrem Wege durch die Röhre $a\,b\,c$ die Säure, die eine schwächere Verwandtschaft zur Basis als sie hat. Alle Elemente kommen nach A', wo ihre allmählichen Einwirkungen verschiedene Änderungen hervorbringen.

Oft mufs man zwischen A und A' ein viertes Glas anbringen, in welches man eine hinreichende Menge der Salzlösung gibt, die durch die Schwefelsäure zersetzt werden soll, damit nicht die in der Flüssigkeit A' entstehenden Wirkungen mit vollendeter Zersetzung der im Thone enthaltenen Flüssigkeit aufhören müfsten.

Will man also ein electrisch negatives Gas oder eine Säure im Momente ihres Entstehens in die Flüssigkeit des Glases A' bringen, so hat man nur in den Thon eine Auflösung zu bringen, die durch ihre Einwirkung auf die aus der Zerlegung des schwefelsauren Kupfers sich entwickelnde Schwefelsäure diefs Gas oder diese Säure frei macht. Soll im Gegentheil Wasserstoff oder ein positiv electrisches Gas hinein geführt werden, so hat man nur die Communicationswege umzukehren, $a'\,b'\,c'$ an die Stelle der Röhre $a\,b\,c$, und eben so $a\,b\,c$ an die Stelle von $a'b'c'$ zu bringen. Wenn man endlich den Platinstreifen durch einen Streifen eines oxydirbaren Metalls ersetzt, so nimmt auf die Bildung der neuen

Producte auch das im Momente des Entstehens sich befindende Oxyd desselben Einflufs. Der blofse Anblick der Apparate zeigt, welche Resultate man durch schickliche Abänderung der Lösungen mittelst derselben erhalten kann; ich will nur einige herzählen, indem es mir hier mehr darum zu thun war, einstweilen die Principien und Hülfsapparate zu entdecken und bekannt zu machen, durch welche die Electrochemie eine weit umfassendere Ausdehnung erhalten, und man den Wirkungsarten der Natur bei der Bildung ihrer Producte auf die Spur kommen könnte.

Erster Versuch. Man giefst in *A'* eine Auflösung von schwefel-kohlensaurem Kali in Alkohol, in *A* eine Lösung von Kupfervitriol, und in die Röhre *a b c* eine andere von Salpeter. Nach 24 Stunden ist die Wirkung der Schwefelsäure auf das schwefel-kohlensaure Salz schon bemerklich, denn an dem Platinstreifen zeigen sich die, oben im zweiten Beispiele, angeführten Producte, nämlich Krystalle von Schwefel, von neutralem kohlensaurem Kali etc., nur nicht von kohlensaurem Blei, weil hier kein Oxyd dieses Metalles erscheint.

Zweiter Versuch. Wenn man im ersten Versuche statt der Lösung des schwefel-kohlensauren Kali eine Lösung von schwefel-kohlensaurem Baryt in Wasser anwendet, treten nicht minder schnell ähnliche Resultate ein, Präcipitation von Schwefel in kleinen Krystallen und Bildung von schwefelsaurem Baryt in prismatischen Nadeln. Krümmte man das Ende des Platinstreifens löffelförmig, um das Herabgleiten der Krystalle zu hindern, so würde man sicher Krystalle von angebbaren Dimensionen erhalten.

Dritter Versuch, ein sicheres Mittel, um die Gegenwart selbst kleiner Dosen Schwefel- oder Salzsäure in einer Lösung zu erkennen. Man ersetzt die Platinplatte

mit einer Goldplatte, bringt in *A* wieder die Lösung von schwefelsaurem Kupfer, in *A'* und in den Thon der Röhre *abc* aber eine Auflösung eines Salzes, das aus der auf die Gegenwart der zwei erwähnten Säuren zu prüfenden Flüssigkeit und irgend einer Basis zusammengesetzt ist. Sobald der Apparat zu wirken beginnt, verdrängt die Schwefelsäure die beiden erwähnten Säuren aus ihrer Verbindung, diese begeben sich sammt dem ausgeschiedenen Sauerstoffe auf die Goldplatte, und die gelbe Farbe, welche die Auflösung alsobald annimmt, verräth die Gegenwart der beiden Säuren (des Königswassers).

Vierter Versuch. Man füllt das Glas *A'* mit einer Auflösung von schwefeligsaurem Kali (das Glas *A* mit salpetersaurem Kupfer), und bringt an die Stelle des Platinstreifens *a'b'c'* einen Kupferstreifen. Das Ende *a'*, immer der positive Pol, zieht den Sauerstoff und die Salpetersäure an, letztere zersetzt das schwefeligsaure Salz, und bemächtigt sich der Basis, die schwefelige Säure fliefst zu dem sich eben jetzt bildenden Kupferoxyd, und verbindet sich mit demselben. Das schwefeligsaure Kupfer selber verbindet sich mit dem schwefeligsaurem Kali, und gibt ein Doppelsalz, das in schönen Octaëdern krystallisirt; allein die Salpetersäure, die immer mehr sich anhäuft, zerlegt es bald, es entwickelt sich schwefelige Säure in Gasform, und das schwefeligsaure Kali hat sich in ein Bisulfit und in ein salpetersaures Kali verwandelt. Was das schwefeligsaure Kupfer anbelangt, schlägt es sich in durchsichtigen octaëdrischen Krystallen nieder, von lebhaftem, glänzenden Roth wie Pyropegranaten. *Chevreul* hat schon vor langer Zeit dieses schwefeligsaure Kupferprotoxyd durch die gewöhnlichen chemischen Mittel erhalten.

4. Untersuchung über die electrische und chemische Theorie des Galvanismus. Von *W. Ritchie.*

(Phil. transact. f. th. year 1829, p. II.)

Der alte Streit über die Zulässigkeit der electrischen oder chemischen Theorie des Galvanismus wurde in den nächst verflossenen Jahren durch *La Rive* von Neuem begonnen, und hat in den Augen vieler Naturforscher eine solche Wendung genommen, dafs sie der chemischen Theorie schon beinahe den Sieg zuerkannten. *Ritchie* tritt nun auch auf den Kampfplatz, und führt eine Reihe von Versuchen an, die nach seiner Meinung ganz gegen die electrische Theorie *Volta's* sprechen, aber auch mit der chemischen Theorie, so wie sie meistens aufgestellt wird, nicht völlig im Einklange stehen, und eine Modification derselben nothwendig zu machen scheinen.

Ritchie beginnt seine Abhandlung mit der Erläuterung des *Volta*'schen Fundamentalversuches. Löthet man zwei Metallplatten, eine Zink- und eine Kupferplatte, wie sie Fig. 4 vorstellt, am Rande zusammen, hält eine in der Hand und berührt mit der anderen den mit einem Goldblattelectrometer verbundenen Deckel eines Condensators, während der andere Theil dieses Condensators mit einem befeuchteten Finger in Berührung steht, zieht dann die Doppelplatte sowohl als den feuchten Finger zurück, so findet man, dafs die Goldplättchen divergiren. Dieses Ergebnifs sieht *Volta* als den Frfolg der durch die gegenseitige Berührung der Metalle rege gewordenen electromotorischen Kraft, *Wollaston* u. A. aber als die Wirkung eines chemischen Processes an, der zwischen den Metallen und der atmosphärischen Luft vor sich geht. Die Zinkplatte wird

nämlich durch den Sauerstoff der Atmosphäre zum Theile oxydirt, und dadurch wird Electricität frei gemacht.

Die eigenen Versuche *Ritchie's* sind folgende:

Erster Versuch. Es wurde etwas verdünnte Schwefelsäure in ein Uhrglas gegeben, und an deren Oberfläche ein Goldplättchen angebracht, das mit einem der Drähte eines Multiplicators in Verbindung stand, in die Flüssigkeit aber eine Platinplatte getaucht, welche mit dem anderen Drahte des Multiplicators communicirte. Man bemerkte kaum eine Spur einer electromagnetischen Wirkung. Als man aber statt der Schwefelsäure starkes Chlor anbrachte. trat eine sehr mächtige Wirkung dieser Art ein. Dasselbe hatte Statt, wenn das Chlor mit Königswasser vertauscht wurde. In beiden Fällen wurde die Magnetnadel in der Richtung abgelenkt, als hätte man statt des Goldes Zink, und statt des Platins Kupfer angewendet. Bei einem auf gewöhnliche (nicht näher bezeichnete) Weise angestellten Versuche über das electrische Leitvermögen der verdünnten Schwefelsäure und des chlorhältigen Wassers erschien erstere als der bessere Leiter. Bei einer abermaligen Vornahme dieses Versuches, wobei aber eine Zink- und Kupferplatte statt Gold und Platin gebraucht wurde, ergab sich mit verdünnter Schwefelsäure die kräftigste Wirkung.

Dieser Versuch zeigt, meint *Ritchie*, daſs die Flüssigkeit hier nicht als bloſser Leiter der durch Berührung frei gewordenen Electricität wirke, indem im Falle einer gröſseren Leitfähigkeit dieser Flüssigkeit die erzeugte Electricität schwächer war, als wenn das Gegentheil Statt hatte. Wenn man auch gegen die Gültigkeit dieses Schlusses nichts einwenden kann, so wird man darin doch auch nichts gegen die electrische Theorie des Galvanismus finden, indem man selbst nach dem Geiste dieser Theorie die Flüssigkeit längst nicht mehr

als bloſsen passiven Leiter ansieht, sondern auch als Erreger der Electricität gelten läſst, und zugleich die electromotorische Wirkung der Producte berücksichtiget, welche sich durch die Einwirkung der Flüssigkeit auf das Metall bilden.

Zweiter Versuch. Ein kleines rechtwinkeliges Gefäſs wurde durch eine Scheidewand aus einer Blase in zwei Kammern getheilt, und in eine derselben eine Platte aus hartem, in die andere eine völlig gleiche aus weichem Kupfer gestellt. Beide Platten standen mit den Drähten eines Multiplicators in Verbindung, die Kammern wurden mit Wasser gefüllt. Es trat eine bedeutende galvanische Wirkung ein, und das harte Kupfer erschien als Quelle der positiven Electricität. Wenn aber ein wenig salpetrige Säure in die Kammer gegeben wurde, welche die harte Kupferplatte enthielt, so trat die electrische Wirkung schwächer ein, bei mehr Säure erschien sie endlich von entgegengesetzter Natur. Mit Salpeter-, Schwefel- oder Salzsäure bemerkte *Ritchie* gerade ein umgekehrtes Verhalten.

Auch diesen Versuch sieht *Ritchie* als Feind der electrischen Theorie an, wiewohl er eben so wenig wie der vorhergehende mit dieser Theorie unvereinbarlich ist.

Nach diesen Versuchen wendet er sich zu jenen, welche die electrochemische Theorie prüfen sollen.

Dritter Versuch. Füllt man die zwei Abtheilungen des vorhin betrachteten Gefäſses mit Wasser, und taucht in jede derselben eine mit dem Multiplicator verbundene Zinkplatte, so bemerkt man keine Wirkung. Durch Zusatz von einer kleinen Menge Schwefel-, Salpeter- oder Salzsäure zu dem Wasser einer Abtheilung erzielt man eine sehr bedeutende Wirkung, und die Platte, welche in reinem Wasser steht, erscheint negativ electrisch. In so weit stimmt alles mit der chemischen Theorie über-

ein, nach welcher die (positive) Electricität von der Aufnahme des Sauerstoffes herrührt. Ihr entgegen steht aber der Erfolg des Versuches, wenn man statt der genannten Säuren salpetrige Säure nimmt; denn da erfolgt die Ablenkung der Magnetnadel so, daſs man die im Wasser befindliche Platte als die positiv electrische annehmen muſs, d. h. jene, bei welcher die chemische Wirkung am schwächsten ist.

Vierter Versuch. Von zwei Zinnstücken wurde eines mit einer dreieckigen Feile so gefurcht, daſs es eine doppelt so groſse Oberfläche bekam, als das andere. Diese zwei Stücke wurden zu einem *Volta*'schen Element verbunden, und in verdünnte Salzsäure getaucht; es trat eine sehr starke electromagnetische Wirkung ein, und die eben gebliebene Zinnplatte zeigte sich als der Sitz der positiven Electricität. Da offenbar an der mit gröſserer Oberfläche versehenen Platte die gröſsere chemische Wirkung eintreten muſs, so ist auch hier die positive Electricität dort, wo die geringere chemische Wirkung Statt hat.

Fünfter Versuch. Es wurden zwei weiche Stücke Zink, Kupfer, Eisen oder Messing *(braſs)* genommen, und von jedem Paare ein Stück auf einem glatten Ambos so hart als möglich gehämmert. Jedes solche Paar zeigte, zu einem galvanischen Elemente verbunden, in verdünnter Schwefelsäure einen electrischen Strom, und das härtere Metall erschien als das positiv electrische. Ein weiches und ein gehärtetes Stück Stahl geben unter denselben Umständen ein entgegengesetztes Verhalten, denn es erscheint das weichere Stück als das positiv electrische.

Sechster Versuch. Zwei kleine Eisenstängelchen wurden an einem Ende glänzend gefeilt, am anderen mit einem Kupferdraht in Verbindung gesetzt. Die En-

den des einen wurden erhitzt, mit dem Multiplicator in Verbindung gesetzt, und dann sowohl die kalten als die heiſsen Enden in Wasser getaucht. Es trat eine merkliche electromagnetische Wirkung ein, und das kalte Ende erschien als das positiv electrische. Der chemischen Theorie gemäſs sollte das wärmere Ende positiv electrisch werden, weil es sich leichter oxydirt als das kältere.

Siebenter Versuch. In einem kupfernen Cylinder (Fig. 5) von etwa 1 Zoll Durchmesser und 2 Zoll Länge, der oben offen, unten mit einer angelötheten kleineren Röhre aus demselben Metalle versehen war, wurde ein kleinerer Zinkcylinder angebracht, an dessen Boden ein kleiner Kupferdraht angelöthet war, der durch den cylindrischen Ansatz des Kupfergefäſses ging. Der Raum zwischen diesem Ansatz und dem Drahte war mit isolirendem Kitt ausgefüllt, um alle leitende Communication zwischen Kupfer und Zink auszuschlieſsen, und der Zinkcylinder selbst war inwendig auf ähnliche Weise ausgekittet, um von keiner Säure angegriffen zu werden. Es wurde der innere Raum gröſstentheils mit Wasser gefüllt, mit einer Glasröhre ein wenig Schwefelsäure in den Zinkcylinder gebracht, und dann die gänzliche Füllung mit Wasser vollbracht, der Kupfercylinder zugeschraubt und luftdicht verkittet. Durch öfteres Umkehren und Schütteln des Gefäſses wurde nun die völlige Mischung des Wassers mit Schwefelsäure bewerkstelliget. Als nun der Kupfer- und Zinkcylinder mit dem Multiplicator in Verbindung gesetzt war, konnte man die electrische Wirkung des Apparates wahrnehmen. Sie dauerte einen oder zwei Tage mit derselben Stärke fort, als wenn alles dieses in Berührung mit der Luft vor sich gegangen wäre. Hier konnte sich, sagt der Verfasser, kein Hydrogengas entwickeln, und daher das

Oxygen keine Verbindung mit dem Zink eingehen, dessen ungeachtet wurde das Zink in der Säure aufgelöst, und es mufste daher eine Verbindung der Säure mit dem regulinischen Metalle Statt gefunden haben. Das etwa im Wasser absorbirte Oxygengas läfst er gänzlich aufser Spiel, wiewohl es hier eine Einwirkung haben konnte. *Ritchie* meint, es könnte hier eben so eine Veränderung der electrischen Capacität vorgefallen seyn, wie eine in der Wärmecapacität eintrat, und die Theorie des Galvanismus möchte wohl mit der Theorie der latenten Wärme näher verwandt seyn, als man gewöhnlich glaubt.

Man sieht aus der ganzen Reihe dieser Versuche, dafs sie mehr die Schwierigkeiten aufdecken, welche der Annahme der chemischen Theorie im Wege stehen, als sie die Unzulänglichkeit der electrischen Theorie beweisen. Die Folgerungen aus diesen Versuchen, besonders âus dem letzteren, nach welchem sich das Zink unmittelbar mit der Säure verbinden soll, sind auch bereits in England angefochten worden. Im Jännerhefte des *Philos. Magazine*, *p.* 61, geschieht deren von Jemand, der sich mit *E. W. B.* unterzeichnet, ausführlich Erwähnung. Mit Recht wird dort angeführt, dafs sich *Ritchie* nicht überzeugt habe, ob denn wirklich keine Entwickelung von Hydrogengas Statt gefunden habe, dafs man nicht mit ihm folgern dürfe, es könnte sich kein Gas entwickeln, weil dazu kein Raum vorhanden war, denn es ist die Frage, ob es dazu unter solchen Umständen eines besonderen Raumes bedarf; es konnte ja unter dem obwaltenden Drucke tropfbar geworden seyn, eine Verbindung mit dem Kupfer oder dem Kitt eingegangen haben, u. s. w. Der Sauerstoff konnte auch von der Schwefelsäure ohne Zersetzung des Wassers abgegeben worden seyn. Mir ist es am wahrscheinlichsten, dafs der Sauerstoff, welcher das Zink vor sei-

ner Auflösung in der Säure oxydirt, von der stets im Wasser enthaltenen atmosphärischen Luft hergekommen sey, wenn überhaupt wirklich alle Wasserzersetzung unterblieben ist.

5. Betrachtungen über die Entstehung der Nordlichter.

(Bibl. univ. Mars 1830, *p.* 283.)

Man hat vielfach versucht, diefs Phänomen zu erklären, aber bis jetzt noch keine genügende Theorie zu Stande gebracht, weil keine der Hypothesen auf eine hinlängliche Menge Thatsachen gebaut war. Die Voraussetzungen, deren sich die folgende Ansicht bedient, scheinen hingegen auf bewährten Facten zu beruhen, so dafs sie wirklich manchen gegründeten Aufschlufs über den Gegenstand ihrer Forschung gibt.

Die erste Frage, die sich uns darbietet, ist: Welches ist die *unmittelbare* Ursache dieses Phänomens? Und es scheint allgemein angenommen, dafs es die Electricität sey. Die aufserordentliche Schnelligkeit, mit der das Nordlicht über den Horizont hervorbricht und sich über das Himmelsgewölbe verbreitet, kann keiner andern Substanz als der Electricität eigen seyn. In einigen jener merkwürdigen Momente, wo das Phänomen sich in seiner ganzen Furchtbarkeit offenbart, zeigt es manche Ähnlichkeit mit der electrischen Kette der Gewitterwolken. Und endlich läfst die von den französischen Physikern entdeckte Einwirkung des Nordlichts auf die Magnetnadel gar keinen Zweifel über die Natur des Agens, das dieses glänzende Schauspiel veranlafst.

Die zweite Frage geht dahin, was eine solche Anhäufung der Electricität am Nordpol hervorrufe, und warum sie plötzlich, und zwar auf solche Weise emporströme, dafs das erwähnte Phänomen entstehet? — Die

Lösung dieser Frage ist wohl schwieriger als die der ersten, und man kann sagen, dafs sie die ganze Theorie des Phänomens in sieh schliefse.

Ehe wir weiter gehen, müssen wir bemerken, dafs die verschiedenen Mineralien, wenn gleich zu Folge der Erschütterungen, so der Erdball erlitten, vielfach zerstreut und unter sich combinirt, doch im Ganzen eine solche Vertheilung beibehalten haben, dafs gewisse Gattungen in der einen, andere Gattungen in einer andern Region in überwiegender Menge mit beinahe vollständiger Verdrängung aller andern Arten zu finden sind, ohne dafs wir uns jetzt in eine Untersuchung einlassen wollen, ob diese Vertheilung einem bestimmten Gesetze unterworfen ist oder nicht. So z. B. ist Gold, Silber, Platin und Quecksilber, wenn auch in andern Zonen anzutreffen, doch nur in der tropischen in solcher Menge zu finden, so nehmen Kupfer, Blei und Zinn höhere Breiten ein, und so scheint das Eisen (mit Ausnahme des meteorischen) ein Erzeugnifs des Nordens zu seyn.

Ferner kann man als anerkannte Wahrheiten folgende mineralogische Thatsachen anführen:

1. Im Süden des Äquators findet man keine beträchtlichen Eisenmassen, unter welcher Form es immer sey. Freilich sind unsere Kenntnisse über die mineralogische Beschaffenheit der Gegenden jenseits dieser geographischen Grenze äufserst beschränkt, allein so weit der Continent von Amerika von *Humboldt* und andern neueren Reisenden durchforscht worden ist, hat man in den südlichen Regionen nirgends eine Masse dieses Minerals aufgefunden, und unseres Wissens berechtiget uns nichts anzunehmen, dafs man es unter derselben Zone der alten Welt finden werde.

2. Die grofsen Eisenlager fangen erst über dem 32° nördl. Breite an, und erstrecken sich gegen Norden hin-

auf so weit als das feste Land. Die gröfste Anhäufung findet zwischen dem 45sten und 65sten Grade Statt. Diese Eisenregion kann als von der übrigen Erde gesondert, als ein eigener Mittelpunct electrischer Wirksamkeit betrachtet werden. Nach unserer Ansicht wird das electrische Fluidum den Wolken und der Atmosphäre durch die Spitzen hoher Gebirge und im Allgemeinen durch die ganze Gegend entzogen, die Eisen enthält. Der Einfluſs des Eisens auf die allmähliche und geräuschlose Entladung der Wolken ist ja durch die längst bekannte Wirkung der Blitzableiter in die Ferne zur Genüge dargethan. — Zwei Meilen weit geht dieser entladende Einfluſs eines einfachen Blitzableiters, wie weit muſs sich nicht der Einfluſs der mächtigen Eisenlager des Nordens erstrecken, und wie kräftig muſs er sich nicht äuſsern?

Diese Hypothese wird auch durch die wohlbekannte Thatsache unterstützt, daſs die Gewitter im Süden des Äquators von viel häufigern und furchtbarern Donnerschlägen begleitet sind, als im Norden desselben und besonders in der Eisenregion. — Denn wie soll man dieses merkwürdige Factum anders erklären, als daſs sich im Süden die Electricität viel stärker anhäufe, und daher zur Herstellung des Gleichgewichts in Strömen zur Erde niederstürzen müsse, während sie im Norden und besonders in der erwähnten Eisenregion allmählich und stille absorbirt wird.

Was bestimmt aber die Electricität, in der Nähe des Pols wieder empor zu strömen, und in welchem Mittel findet diese Bewegung Statt? — Ich muſs hier eine zweite Hypothese aufstellen, wenn man anders eine Behauptung so nennen will, die so strenge bewiesen ist, als es ohne unmittelbare Anschauung nur immer geschehen kann, nämlich daſs es um den Nordpol ein offenes und zu jeder Jahreszeit freies Meer gebe. Ohne hier

die Namen der Schriftsteller aufzuzählen, auf die ich mich stütze, kann ioh mich im Allgemeinen auf die Aussagen Derjenigen, die Entdeckungsreisen in diese Gegenden machten, und insbesondere jener berufen, die der Wallfischfang dorthin zog, und die viel näher zum Pole hinan gedrungen sind, als irgend eine wissenschaftliche Expedition. Diese Thatsache als historische Wahrheit angenommen, kann man das Aufsteigen des electrischen Fluidums am Pole sich leicht erklären. Vom Mittelpuncte der Eisenregion aus nach allen Richtungen das Innere der Erde durchströmend, wird es natürlich in der gröſsten Menge dorthin flieſsen, wohin es mit der gröſsten Kraft gezogen wird, zum Nordpol; hier erreicht es das freie Meer, das den Pol umgibt, und erhebt sich dort, von den Wasserdünsten emporgeführt, welche dieſs Meer beständig entwickelt. Von diesem Dunste hinangetragen strebt es bis in die oberen Regionen der Atmosphäre auf und verbreitet sich da, dem Blicke jenes wunderbare Phänomen entfaltend, das sich kaum beschreiben läſst.

Es gehört nicht in meine Aufgabe, zu erklären, was aus jenem Theile des electrischen Fluidums wird, der das Innere der Erde im Süden der Eisenregion durchstrahlt; allein wäre die Muthmaſsung so ganz haltlos, daſs er eine der Ursachen der groſsen Erdbeben sey, die sich von einer Seite des Oceans zur andern erstrecken, und sich an verschiedenen Theilen des Erdballs gleichzeitig verspüren lassen?

Die vorgetragene Theorie erklärt auch eine andere, ihrerseits wieder zur Unterstützung jener dienende Thatsache, die plötzliche Trennung und den Abgang *(le debacle)* jener ungeheuern Eismassen, die von den Polargegenden herabschwimmen. Keiner andern Ursache als der Electricität kann diese Erscheinung zugeschrieben

werden, keine andere der uns bekannten Kräfte hat Stärke genug, die Trennung und Flottmachung so ausgedehnter und durch die Kälte so fest zusammengequollener Massen zu bewirken. Man weiſs, daſs diese schwimmenden Inseln in manchen Perioden von gröſserem Umfange als in andern sind, und daſs sie um vieles zunehmen, wenn auch die Anzahl der Nordlichter im Steigen ist; um aber behaupten zu können, daſs diese beiden Erscheinungen sich wirklich zu einander wie Wirkung und Ursache verhalten, müſste man eine Kenntniſs der Thatsachen besitzen, welche auſser dem Bereich der Beobachtungen liegen, die ich durchlaufen konnte.

Ich könnte zur Bestätigung meiner Ansicht noch mehrere andere Facta anführen, allein sie führen auf noch bedeutendere Gegenstände, die ich nicht ausführlich zu erörtern vermag; aber das Gesagte reicht wohl hin, um zu beurtheilen, ob meine Ansicht eine tiefere Würdigung verdient.

B. W ä r m e.

1. Über die Expansivkraft der Wasserdämpfe bei höheren Temperaturen.

(Bull. des sc. math. etc. et Ann. de Ch. Tome 43, p. 74)

Die königl. französische Akademie der Wissenschaften, die hierüber von Seite der Regierung beauftragt worden war, schlägt zur Sicherstellung der Dampfkessel folgende Sicherheitsregeln vor, die auch von der französischen Regierung selbst als obligatorisch verfügt worden sind. 1) Die Kessel, welche einem stärkern innern Drucke als zwei Atmosphären zu widerstehen haben, müssen vorläufig erprobt werden. 2) An den Kesseln müssen die Ventile vergittert, und mit einem angemessenen bestimmten Gewichte, das nicht überschrit-

ten werden darf, beschwert seyn. 3) Die Kessel müssen mit einer Mauer umgeben werden, um die Wirkungen einer Explosion, die man nicht verhindern könnte, zu mindern. Zu diesen schreibt die königliche Ordonnanz noch metallische Rondellen vor, die erst bei einer um 10° oder 20° höhern Temperatur schmelzen, als jene ist, die der Expansivkraft des Dampfes entspricht, unter welcher die Maschine ihre gewöhnliche Arbeit verrichtet.

Um diese Sicherheitsregeln in Ausübung zu bringen, mufste man aber die Temperaturen wissen, die man anzuwenden hat, um dem Dampfe die eine Atmosphäre übersteigenden Expansivkräfte zu geben. Zwar hatten die Maschinisten für Expansivkräfte bis zu 8 Atmosphären einige nicht übereinstimmende Temperaturmafse zu ihrem Anhaltspunct, über 8 Atmosphären hinaus aber hatte man weder Resultate directer Erfahrungen, noch irgend eine Theorie, welche dieselben ersetzen konnte. Die königl. französische Akademie der Wissenschaften hatte zwar anfangs gleich auf Anordnung der Regierung eine Tabelle verfertiget, welche für Expansivkräfte unter 8 Atmosphären die entsprechenden Temperaturen des Dampfes angab. Diese Tabelle beruhte nicht auf eigenen directen Erfahrungen, sondern wurde einstweilen durch Interpolation von jenen Erfahrungen abgeleitet, die, sey es durch die Geschicklichkeit der Beobachter, oder durch die Natur der Beobachtungsmethoden, das meiste Zutrauen verdienten. Um auch die Temperaturen für Expansivkräfte des Dampfes über 8 Atmosphären hinaus zu bestimmen, und selbst die Zweifel zu heben, welche man über die Richtigkeit jener hatte, die den Expansivkräften unter 8 Atmosphären entsprachen, erforderte es kostspielige, lange und mühsame Vorbereitungen, die durch die Aka-

demie der Wissenschaften, von der Regierung hierzu aufgefordert, unternommen wurden. — Die aus den Akademikern gewählte Commission bestand aus den Herren *Dulong*, *Arago*, *Prony*, *Ampère* und *Girard*, unter denen Herr *Dulong*, welcher die Wissenschaft ohnehin schon mit wichtigen Arbeiten über Gase und Dünste bereichert hatte, insbesondere mit der Construction des Apparates und Leitung der Untersuchungen beauftragt wurde; eine Arbeit, die außer der Genauigkeit, Sorgfalt und Geschicklichkeit, um angemessen und richtig verrichtet zu werden, auch noch mit den größten Gefahren verbunden war, denen sich gleichfalls *Arago* unterwarf, und in Vereinigung mit Herrn *Dulong* eine große Anzahl Erfahrungen machte.

Um nun jene Temperaturen zu bestimmen, unter welchen dem Dampfe die größtmöglichste in den Maschinen und Künsten anwendbare Expansivkraft ertheilt wird, beschlossen *Dulong* und *Arago*, ihre Erfahrungen bis wenigstens über den Druck von 20 Atmosphären auszudehnen; sie kamen bis 24, und man lobt den Muth, den diese Gelehrten haben mußten, um bei einem Kessel, in welchem eine solche Kraft wirksam war, so lange und zahlreiche Versuche anzustellen. Die Commission, um die Messung der Temperaturen und der denselben entsprechenden Expansivkräfte mit aller Genauigkeit, deren sie fähig war und die der gegenwärtige Zustand der Wissenschaft erlaubte, zu verrichten, verwarf das Verfahren, die Expansivkräfte des Dampfes mittelst eines mit Gewichten beladenen Ventils zu messen, als ungenau, und nahm, ungeachtet der Schwierigkeit der Unternehmung, ihre Zuflucht zu dem directen Maße einer Quecksilbersäule, die mit der Expansivkraft des Dampfes ins Gleichgewicht versetzt werden soll.

So lange die Expansivkraft des Dampfes nur wenige Atmosphären betrug, konnte dieselbe unmittelbar durch die flüssige Säule gemessen werden, aber zu einem Maſse von 20 bis 30 Atmosphären muſste man eine Quecksilbersäule von wenigstens 70 bis 80 Fuſs Höhe haben, die zudem in einem gläsernen Tubus enthalten seyn muſste, um an jedem Puncte der Höhe beobachtet werden zu können. Man begreift wohl, daſs die Errichtung einer solchen Quecksilbersäule vielen Schwierigkeiten unterlag, es war selbst nicht leicht, einen Ort zu finden, wo sie schicklich aufgestellt, und an allen Puncten ihrer Höhe beobachtet werden konnte. Der Thurm, unter dem Namen Clovis bekannt, der einzige Rest von der alten Kirche St. Geneviéve, schien den Bedingungen so ziemlich zu entsprechen, und wurde dem zu Folge hierzu eingerichtet. Die Glassäule wurde zu Choisi-Le-Roi in der Fabrik der Herren *Thibaudeau* und *Bontemps* construirt, und bestand aus 13 Röhren, jede von 2 Metern in der Länge, 5 Millimetern innern Durchmesser, und eben so vielen in der Dicke. Damit die untern Theile durch das Gewicht der obern nicht zerbrochen würden, wurden Gegengewichte angebracht, welche die obern Theile verhinderten, auf die untern zu drücken.

Der ganze Apparat bestand nun aus zwei wesentlichen Stücken, einem Kessel zur Hervorbringung des Dampfes, und einer gläsernen Röhre, um die Quecksilbersäule in sich aufzunehmen; aber es war nun zu befürchten, daſs der zu schnelle Wachsthum der Expansivkraft des Dampfes, vorzüglich aber die augenblickliche Verminderung derselben bei Öffnung des Ventils, gleichwie bei dem hydraulischen Widder, ähnliche Stöſse bewirke, dadurch die schwächern Theile Schaden erleiden, und somit die Verschüttung und der Verlust einer

beträchtlichen Menge Quecksilber herbeigeführt werden könnte.

Die auf das Maſs der Expansivkraft des Dampfes Bezug habenden Operationen nahmen sie sodann erst vor, nachdem sie vorläufig den Grad der Elasticität, welchen ein auf einen bestimmten Rauminhalt comprimirtes Luftvolumen annimmt, bestimmt hatten. — Dem zu Folge wurde eine Masse Luft nach und nach einem immer wachsenden Drucke ausgesetzt, von einer bis zu 24 Atmosphären, und genau das Volumen bemerkt, welches jedem besondern Drucke entsprach; sonach substituirten sie anstatt der Quecksilbersäule diese Masse Luft, deren verschiedene Rauminhalte, mit der gröſsten Genauigkeit abgemessen, bestimmte Gewichte anzeigten; welche vorläufige Arbeit, die späterhin durch Localumstände selbst absolut nothwendig geworden ist, auch eines der nützlichsten Gesetze der Physik, das *Mariotte*'sche, zu verificiren diente.

Daſs die Rauminhalte, welche die Gase einnehmen, mit ihren Expansivkräften im verkehrten Verhältnisse stehen, verificirte sich innerhalb bestimmter Grenzen wohl durch Erfahrung geradezu, für höhern Druck aber ist dieses Gesetz nur durch Induction erweitert worden. Einige Physiker waren selbst der Meinung, daſs sie für höhern Druck nicht mehr Statt fände; *Boyle* und *Musschenkroek* hielten es für einen Druck von 4 Atmosphären nicht mehr zulässig, denn sie fanden unter diesem Drucke die Expansivkraft stärker als das Gesetz sie voraussetzt.

Endlich sind die Erfahrungen, in denen die Luft einem Drucke, der 4 Atmosphären unterworfen wurde, sehr selten; es sind deren nur von *Robison* in England, und *Sulzer* in Deutschland gemacht worden; — beide Physiker, welche einen Druck von 8 Atmosphären an-

wandten, fanden für diesen Druck das Gesetz *Mariotte's* nicht mehr anwendbar, sie fanden nämlich die Expansivkraft der Luft um vieles geringer, als das Gesetz sie voraussetzt, und zwar statt 8 nur 6 Atmosphären. — Was in den irrigen Resultaten dieser beiden Beobachtungen sonderbar ist, ist die vollkommene Übereinstimmung in derselben Zahl. Neulich bestätigten die Erfahrungen, welche *Oersted* mit Capitän *Suenson* über diesen Gegenstand gemacht hat, das Gesetz *Mariotte's* bis auf 8 Atmosphären. — Diese Physiker hatten ihre Untersuchungen selbst bis auf einen Druck von 60 Atmosphären fortgesetzt. — Da sich dieselben aber zur Bestimmung des Druckes eines mit Gewichten beschwerten Ventils bedienten, so kann ihre Verfahrungsart kein Zutrauen einflöſsen. Hingegen beruhen die uns von der Commission gegebenen Resultate auf 39 mit aller Genauigkeit beobachteten Erfahrungen, welche mit einer und derselben Masse Luft, die nach und nach einem Drucke von einer bis 27 Atmosphären ausgesetzt wurde, vorgenommen worden sind, und alle Resultate stimmen mit dem Gesetze *Mariotte's* überein. — Ohne Zweifel hätte man auch die Grenzen dieser Versuche ohne merklichen Fehler weiter aus einander rücken können; man kann demnach das Gesetz *Mariotte's* über die Expansivkraft der atmosphärischen Luft von einer bis 27 Atmosphären als auf directem Wege berichtiget ansehen. Ob aber auch alle Gase diesem Gesetze unterworfen sind, hierüber konnten die genannten Physiker eingetretener Umstände wegen auf directem Wege keine ferneren Untersuchungen mehr anstellen, doch ist dieses von den permanent elastischen Gasen, die demselben Drucke wie atmosphärische Luft unterworfen werden, als sehr wahrscheinlich anzunehmen. Unsere Experimentatoren bedienten sich nun zur Bestimmung der Expansivkräfte

des Wasserdampfes eines Manometers, der ihnen den Druck, welchen der Wasserdampf ausübte, mit derselben Genauigkeit zu erkennen gab, die je die Erfahrung durch directe Anwendung der Quecksilbersäule sich hätte verschaffen können. Zur Bewerkstelligung dieser, wodurch zugleich auch die grofsen Schwingungen der Quecksilbersäule vermieden wurden, verbanden sie den Kessel mit dem Reservoir des Manometers, ohne irgend ein Stück des Apparates, der für die Versuche über die Luft bestimmt war, zu verändern, aufser dafs anstatt der Compressionspumpe der Dampfkessel substituirt wurde.

Aber bei diesen Experimenten über den Wasserdampf waren fürchterliche Explosionen zu gewärtigen, die den Zusammensturz der Gewölber und selbst der anstofsenden Gebäude hätten bewirken können; die Versuche hierüber wurden demnach im Hofe des Observatoriums vorgenommen, wohin das Manometer, ohne es von seinem metallischen Reservoir zu trennen, transportirt wurde, so wegen dem aufserordentlichen Gewichte des Ganzen und der grofsen Ausmessungen der Luftröhren nur unter vielen Schwierigkeiten zu Stande gebracht wurde, welches aber doch nothwendig war, um die Anzeigen des Instrumentes mit den erstern identisch zu erhalten, und wofür die nämliche Masse Luft, die ehevor in der Röhre enthalten war, beibehalten werden mufste.

Es wurden, um das genaue Mafs der erhöhten Temperaturen zu erhalten, alle Vorsichten angewendet, deren Nichtbeachtung manche Beobachter in beträchtliche Irrthümer geführt hat. Diese Vorsichten bestanden darin: 1) Die Abkühlung, welche die atmosphärische Luft auf den aufserhalb des Kessels befindlichen Theil des Thermometers hervorbringt, in Anschlag zu bringen,

zu welchem Ende dieser ganze Theil in einer beständigen Temperatur erhalten werden mufste. 2) Das Thermometer, welches zur Anzeige der Temperaturen dienen sollte, nicht unmittelbar dem Drucke des Dampfes auszusetzen, besonders nicht, wenn dieser Druck beträchtlich ist — weil, wenn man selbst ein Thermometer fände, welches dem Drucke ohne zu zerbrechen widerstehen könnte, dasselbe dennoch sicherlich eine Zusammendrückung erleiden würde, welche die Quecksilbersäule durch eine von der Hitze unabhängige Ursache zum Steigen bringen, und somit eine Ursache des Irrthums, die schwerlich in Rechnung zu bringen wäre, abgeben würde.

Um den genannten Übelstand, auf den bisher kein Beobachter noch Rücksicht genommen hatte, zu vermeiden, wurden die Thermometer in die mit Quecksilber gefüllte Aushöhlung von Flintenläufen versenkt, die an einem Ende zugeschlossen und zu dem Mafse verdünnt waren, dafs sie nur mehr die nöthige Stärke behielten, um nicht zerdrückt zu werden. Eines der Thermometer wurde in seinem so bestellten Flintenlauf bis auf den Boden des Kessels versenkt, das andere nur einige Zolle über dem kochenden Wasser erhalten; das kürzere Thermometer diente nun, die Temperatur des Dampfes, und das längere, jene des Wassers anzuzeigen.

Zur Zeit dieser von der Commission unternommenen Arbeiten war derselben nur ein einziges Resultat, welches den Druck von 8 Atmosphären überstiegen hatte, bekannt, und dieses war selbst irrig, nämlich jenes, welches Herr *Perkins* dem Herrn *Clement* mitgetheilt hatte, und nach welchem bei einer Temperatur von 215° der hunderttheiligen Scala die Expansivkraft des Dampfes gleich 35 Atmosphären seyn sollte, während dieselbe bei dieser Temperatur wirklich nur 20 Atmosphä-

ren beträgt. — Da man die Art der Bestimmung nicht kennt, deren sich dieser berühmte englische Ingenieur bei seinen Beobachtungen bediente, so ist es unerklärbar, wie sich derselbe in der Expansivkraft um 15 Atmosphären, oder in der Temperatur um 30° hat irren können — denn die von der Commission über alle Zweifel erhobene sorgfältige Verificirung aller wichtigen Puncte, und die Vielheit und das regelmäfsige Fortschreiten der von derselben aufgestellten Resultate erlaubt wohl nicht, den Fehler auf Seite dieser letztern zu vermuthen.

In Deutschland war man übrigens hierin weiter fortgerückt als in England. Herr Professor *Arzberger* in Wien hatte seine Versuche über die Expansivkraft des Dampfes bis zu 20 Atmosphären ausgedehnt, und zu deren Bestimmung sich eines Ventils mit Hebel bedient. Diese Verfahrungsart aber konnte keine solche Genauigkeit mit sich bringen, als die ist, welche von Herrn *Dulong* und *Arago* befolgt wurde, und das directe Mafs gab. Doch hatte Herr *Arzberger* auf eine sehr sinnreiche Art das, was mangelhaft seyn konnte, verbessert; zudem hatte er den glücklichen Gedanken, sich eines Kugelventils aus Stahl zu bedienen, welches in einer kreisförmigen Öffnung ruhte, die hinwieder in einem andern Stücke von derselben Materie angebracht war.

Es ist wahrscheinlich, dafs mit Hülfe dieses Verfahrens dieser geschickte Beobachter die Kraft der Maschine mit hinlänglicher Genauigkeit hat berechnen können, aber derselbe hat sich in der Temperatur geirrt, indem er zur genauen Bestimmung derselben zwei unumgänglich nothwendige Stücke vernachläfsigt hat, nämlich: dafs derselbe 1) das Thermometer, welches in den Kessel versenkt wurde, nicht dem Drucke des Dampfes entzogen, und 2) die Erkältung des aufserhalb des Kes-

sels befindlichen Theiles des Thermometers nicht in Anschlag gebracht hat.

Wahr ist es, dafs diese zwei Ursachen sich entgegen wirken, aber ihre Wirkungen können sich nicht ausgleichen, und vorzüglich ist bei hohen Temperaturen die Wirkung der ersten um vieles gröfser, als jene der zweiten.

Die Formel, welche unter vielen andern dem Endzwecke am besten entspricht, und die Expansivkräfte des Dampfes in einer Function der Temperatur ausdrückt, so wie für die Anwendung von hohem Druck von der Commission als probehältig erprüft worden ist, ist folgende:

$$e = (1 + 0.7153 \,.\, t)^5,$$

worin e die Expansivkraft des Dampfes, und t den Überschufs der Temperatur über 100° des hunderttheiligen Thermometers bedeutet, die Temperatur von 100° als Einheit angenommen. Diese Formel gibt alle durch die Erfahrung gefundenen Resultate bis zu der Expansivkraft von 24 Atmosphären ziemlich genau an; die gröfste Abweichung, zu welcher ihre Anwendung führet, ist wohl bei der Expansivkraft von 8 Atmosphären, wo ein Unterschied von 0.9° *Celsius* eintritt. Da diese Formel nach der gröfsten beobachteten Expansivkraft berechnet worden ist, so wird sie für Expansivkräfte, welche 24 Atmosphären übersteigen, immer genauer, ja die Commission hat sich von ihrer Zulänglichkeit dahin überzeugt, dafs bei einer Expansivkraft von 50 Atmosphären der Fehler nicht mehr 0.1° *Cels.* betragen würde.

Die folgende Tabelle enthält die Expansivkräfte des Wasserdampfes von einer bis Einschlufs 50 Atmosphären sammt den entsprechenden hierzu erforderlichen Temperaturen, und zwar enthält sie von einer bis Einschlufs 24 Atmosphären die directen Resultate der

Erfahrung, und von 24 bis 50 Atmosphären jene durch Berechnung gefundenen.

Expansivkraft des Dampfes in Atmosphären.	Entsprechende Temperatur.	Expansivkraft des Dampfes in Atmosphären.	Entsprechende Temperatur.
1	100° C.	13	193°.7 C.
1 1/2	112 .2	14	197 .19
2	121 .4	15	200 .48
2 1/2	128 .8	16	203 .60
3	135 .1	17	206 .57
3 1/4	140 .6	18	209 .4
4	145 .4	19	212 .1
4 1/2	149 .0	20	214 .7
5	153 .08	21	217 .2
5 1/2	156 .8	22	219 .6
6	160 .2	23	221 .9
6 1/2	163 .48	24	224 .2
7	166 .5	25	226 .3
7 1/2	169 .37	30	236 .2
8	172 .1	35	244 .85
9	177 .1	40	252 .55
10	181 .6	45	259 .52
11	186 .03	50	265 .89
12	190 .0		

2. Über *Davy's* Sicherheitslampe.

Das Februarheft des *Bulletin des sciences technologiques* enthält ein Verzeichniſs der Explosionen in den Steinkohlengruben in Northumberland und Durham vom Jahre 1805 bis 1816, wo man *Davy's* Sicherheitslampe noch nicht anwendete, und von 1817 bis 1828, wo die

Anwendung dieser Lampe schon Statt fand, nebst der Anzahl der bei denselben Verunglückten, wie es dem englischen Parlamente vorgelegt wurde, um daraus den Nutzen dieser Vorrichtung abnehmen zu können. Dieses Verzeichniſs ist folgendes:

Explosionen von 1805—1816.				Getödtete.
Nro.	1.	October .	1805.	35
»	2.	Mai	1812.	92
»	3.	October .	1812.	22
»	4.	September	1813.	30
»	5.	December	1813.	22
»	6.	August . .	1814.	11
»	7.	September	1814.	4
»	8.	Juni	1815.	57
»	9.	Juni	1815.	11
	9 Explosionen.			284 Getödtete.

Explosionen von 1817—1828.				Getödtete.
Nro.	1.	Juni	1817.	38
»	2.	September	1817.	38
»	3.	December	1817.	26
»	4.	August . .	1818.	4
»	5.	Juli	1819.	35
»	6.	October .	1819.	13
»	7.	Juli	1821.	1
»	8.	October .	1821.	52
»	9.	October .	1821.	6
»	10.	Februar . .	1823.	4
»	11.	November	1823.	57
»	12.	November	1824.	11
»	13.	October . .	1824.	14
»	14.	Juli	1825.	11
»	15.	October .	1825.	4
»	16.	Jänner . .	1826.	34
»	17.	Mai	1826.	38
»	18.	September	1826.	4
»	19.	October .	1826.	2
	19 Explosionen.			392 Getödtete.

Die Zahl der Explosionen ist in den letzten Jahren mehr als doppelt gröſser als in den früheren, aber die Zahl der dabei Verunglückten nur um $^{27}/_{71}$ gröſser. Daſs die Sicherheitslampe nicht mehr Explosionen verhütet hat, kommt ohne Zweifel von der Fahrläſsigkeit der Arbeiter und von dem vermessenen Vertrauen derselben auf dieses Schutzmittel her, das sie jede Gefahr übersehen macht. Auch das vortrefflichste Schutzmittel verliert seine Kraft, wenn es nicht mit Verstand angewendet wird.

Meteorologische Beobachtungen. Februar 1830.

Der Beobachtungsort liegt 10.946 W. Kl. über dem mittlern Spiegel der Donau.

Tag.	Um 8 Uhr früh.			Um 3 Uhr Nachmittag.			Um 10 Uhr Abends.			Witterung.
	Barometer o° R.	Thermometer.	Wind.	Barometer o° R.	Thermometer.	Wind.	Barometer o° R.	Thermometer.	Wind.	
	Paris. Z.	Grad R.		Paris. Z.	Grad R.		Paris. Z.	Grad R.		
1	27.487	—15.0	WNW. stark.	27.528	—12.0	NW. schw.	27.547	—15.0	NW. schw.	Trüb, heiter.
2	27.507	—14.0	NW. schw.	27.480	—11.0	O. still.	27.480	—14.5	SO. still.	Wolken, heiter.
3	27.480	—14.0	W. still.	27.473	—11.0	N. schwach.	27.466	—14.5	N. schwach.	Schnee, Wolken.
4	27.426	—13.4	NO. schwach.	27.473	— 9.0	OSO. still.	27.433	— 9.7	OSO. stark.	Trüb, Schnee, trüb
5	27.372	— 9.0	SO. mittelm.	27.272	— 5.5	SO. schwach.	27.306	— 9.0	SO. schwach.	Schnee, heiter, Wolken.
6	27.259	— 7.5	OSO. still.	27.110	— 2.5	W. still.	27.063	— 3.7	N. schwach.	Nebel, Schnee, Wolken.
7	27.178	— 7.5	WNW. stark.	27.252	— 7.0	W. stark.	27.354	— 6.0	W. mittelm.	Schnee.
8	27.455	— 4.5	NW. schw.	27.449	— 2.0	S. schwach.	27.476	— 1.5	O. still.	Trüb, Schnee, Wolken.
9	27.584	— 2.0	W. schwach.	27.584	1.3	SSW. still.	27.564	0.0	SSW. still.	Trüb.
10	27.558	0.5	S. schwach.	27.584	2.8	OSO. still.	27.598	0.0	S. still.	Trüb, Regen.
11	27.665	0.0	SW. still.	27.740	3.5	NW. schw.	27.841	1.0	NW. schw.	Nebel, trüb, Regen.
12	27.928	0.5	NW. schw.	27.935	1.5	NW. schw.	27.976	— 0.8	NW. still.	Trüb.
13	28.016	— 1.8	NW. mittelm.	28.009	0.0	NW. schw.	28.009	— 1.5	NW. schw.	Trüb.
14	28.009	— 1.8	SSW. schw.	27.962	— 2.0	SO. schwach.	27.909	— 8.0	S. still.	Trüb, heiter.
15	27.828	— 7.5	NO. still.	27.801	— 1.5	S. schwach.	27.794	— 6.5	SO still.	Nebel.
16	27.712	— 1.5	WNW. mitt.	27.685	1.0	WNW. stark.	27.671	— 0.5	WNW. stark.	Wolken, trüb.
17	27.604	0.0	WNW. still.	27.522	3.0	WNW. stark.	27.455	0.0	WNW. mitt.	Trüb, Wolken.
18	27.272	— 5.0	S. still.	27.224	1.0	SSO. still.	27.245	0.0	SW. schw.	Nebel, trüb.
19	27.327	— 1.5	WNW, schw.	27.434	— 1.0	WNW. stark.	27.495	— 2.5	WNW. schw.	Schnee, Nebel.
20	27.556	— 1.5	WNW. mitt.	27.499	5.0	W. schwach.	27.499	— 2.0	S. schwach.	Nebel, heiter.
21	27.559	— 4.0	W. schwach.	27.673	1.0	SO. stark.	27.425	— 1.5	SO. schwach.	Nebel, trüb
22	27.316	0.0	WNW. mitt.	27.235	4.5	WNW. stark.	27.505	1.0	WNW. schw.	Trüb, heiter.
23	27.572	1.5	WNW. still.	27.445	6.7	WNW schw.	27.465	3.0	WNW. stark.	Schnee, Wolken.
24	27.784	0.2	N. schwach.	27.830	1.2	NW. schw.	27.844	— 1.0	NW. schw.	Trüb, Schnee.
25	27.911	— 2.8	OSO. schw.	27.992	— 0.5	S. schwach.	28.032	— 3.0	SO. schwach.	Schnee.
26	27.998	— 3.5	SSO. schw.	27.979	— 0.5	SO. schwach.	27.958	— 1.0	S. schwach.	Trüb.
27	27.911	— 2.5	S. schwach.	27.722	— 1.5	OSO. schw.	27.729	7.0	WNW. schw.	Trüb, Regen.
28	27.688	6.4	WNW. schw.	27.615	9.5	NW. stark.	27.453	7.7	NW. Sturm.	Nebel, heiter.
Mittel	27.605	— 3.97		27.585	0.89		27.521	— 2.94		

Meteorologische Beobachtungen. März 1830.

Der Beobachtungsort liegt 19.946 W. Kl. über dem mittleren Spiegel der Donau.

Tag.	Um 8 Uhr früh.			Um [illegible] Uhr Nachmittag.			Um 10 Uhr Abends.			Witterung.
	Barometer 0° R.	Thermometer.	Wind.	Barometer 0° R.	Thermometer.	Wind.	Barometer 0° R.	Thermometer.	Wind.	
	Paris. Z.	Grad R.		Paris. Z.	Grad R.		Paris. Z.	Grad R.		
1	27.500	5.0	WNW. Sturm	27.548	6.1	NNW. stark.	27.693	0.5	NW. stark.	Trüb, Schnee.
2	27.859	0.0	NW. stark.	27.938	0.2	NW. stark.	27.985	— 4.2	N. schwach.	Wolken, heiter.
3	28.159	— 5.5	NW. mitteln.	28.000	— 2.0	NW. stark.	28.006	— 5.0	WNW. stark.	Heiter.
4	27.921	— 5.2	WNW. mitt.	27.884	— 0.8	NNW. mitt.	27.858	— 2.5	NW. schw.	Heiter, trüb.
5	27.749	— 1.8	NW. schw.	27.677	3.4	WNW. mitt.	27.597	1.0	WNW. schw.	Heiter.
6	27.569	— 0.4	WNW. schw.	27.604	1.3	NO. still.	27.667	— 2.0	NW. schw.	Trüb, Wolken.
7	27.710	— 2.0	S. schwach.	27.739	1.0	SO. schwach.	27.735	— 3.0	SO schwach.	Trüb, heiter.
8	27.741	— 3.5	SO. schwach.	27.755	1.0	SO. schwach.	27.782	— 3.0	SO. schwach.	Heiter.
9	27.747	— 4.1	SO. still.	27.690	1.0	SO. schwach.	27.660	— 2.8	SO. schwach.	Nebel.
10	27.611	— 3.5	SO. schwach.	27.618	2.0	O. schwach	27.618	— 2.5	SO. stark.	Heiter.
11	27.616	— 4.0	SO. schwach.	27.523	— 0.2	SO. schwach.	27.480	0.0	WNW. stark.	Nebel, Regen.
12	27.536	4.5	NW. schw.	27.571	8.3	WNW. mitt.	27.594	5.0	WNW. schw.	Wolken, Regen.
13	27.459	6.0	WSW. mitt	27.402	5.0	WNW. stark.	27.645	1.0	WNW. stark.	Trüb, Regen.
14	27.608	2.0	WNW. stark.	27.554	2.0	WNW. stark.	27.601	1.5	WNW. stark.	Regen.
15	27.659	4.0	SSO. still.	27.562	5.0	OSO. schw.	27.524	0.5	SO. schwach.	Nebel, heiter.
16	27.506	0.5	SO. schwach.	27.513	3.5	OSO. schw.	27.564	0.0	OSO. schw.	Nebel, trüb.
17	27.530	4.8	WNW. schw.	27.614	9.5	NNW. schw.	27.629	5.0	WNW. schw.	Trüb, Nebel.
18	27.580	6.0	WNW. stark.	27.633	9.0	WNW. schw.	27.743	5.5	WNW. schw.	Regen, trüb.
19	27.874	7.0	WNW. schw.	27.838	9.4	O. schwach.	27.795	4.8	WNW. schw.	Trüb.
20	27.738	4.0	SW. still.	27.568	10.0	NW. stark.	27.511	5.5	WNW. mitt.	Nebel, heiter, Regen.
21	27.569	4.0	WNW. stark.	27.684	4.2	NW. mitteln.	27.813	3.2	WNW. stark.	Regen, trüb.
22	27.811	5.2	NW. mitteln.	27.704	9.0	W. stark.	27.668	5.5	NW. schw.	Trüb, heiter.
23	27.606	6.0	SSW. schw.	27.538	7.4	WNW. stark.	27.556	4.5	WNW. mitt.	Wolken, Regen.
24	27.673	4.2	WNW. mitt.	27.657	7.2	WNW. stark.	27.652	4.2	WNW. stark.	Wolken, Regen.
25	27.598	7.0	WNW. stark.	27.651	10.0	WNW. mitt.	27.673	2.8	WNW. mitt.	Regen, trüb, Regen.
26	27.713	3.0	NW schw.	27.751	6.0	NW. s. stark.	27.775	4.0	WNW. schw.	Regen.
27	27.769	6.0	NW. Sturm.	27.801	8.0	WNW. schw.	28.818	5.0	NW. schw.	Trüb, Wolken.
28	27.742	6.5	NW. schw.	27.722	10.2	N. schwach.	27.726	7.0	NW. schw.	Trüb, Wolken.
29	27.740	7.0	NNW. schw.	27.738	10.0	OSO. still.	27.725	6.8	N. schwach.	Heiter.
30	27.653	5.4	N. still.	27.605	13.3	OSO. schw.	27.546	9.0	SO. schwach.	Nebel, heiter.
31	27.546	5.4	S. schwach.	27.434	15.0		27.398	11.0	S. still.	Heiter, Wolken.
Mittel	27.357	2.37		27.661	5.51		27.707	2.20		

Fig. 1.

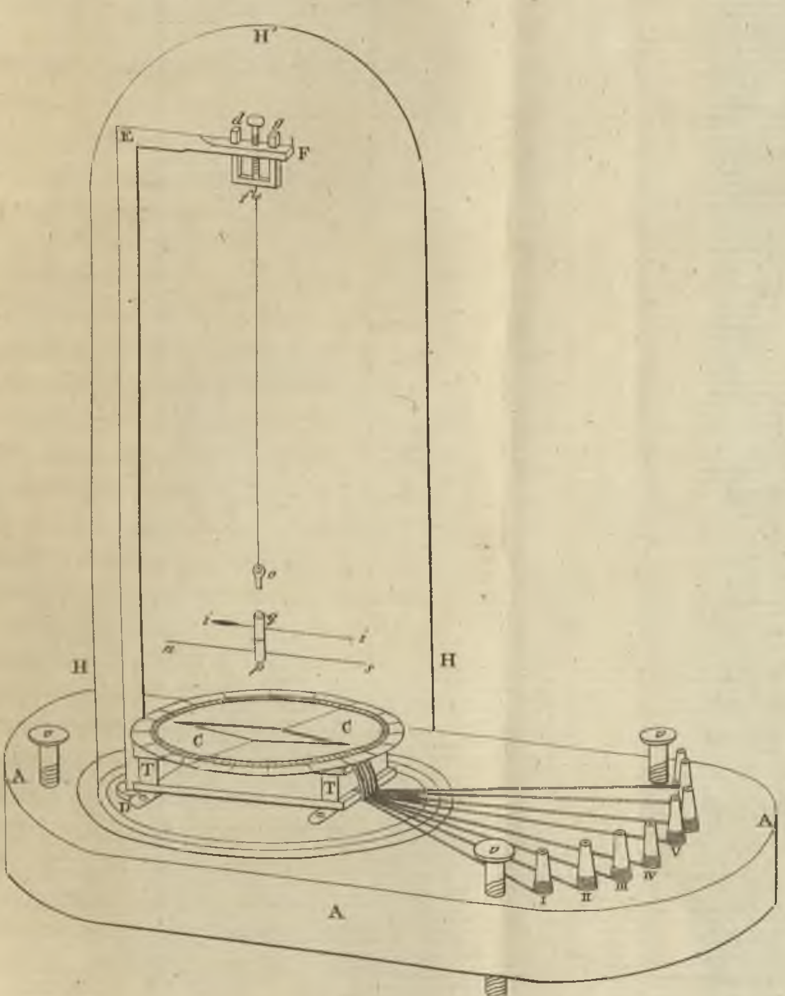


Fig. 2.

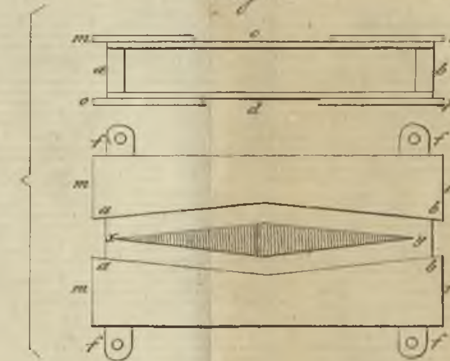


Fig. 3.

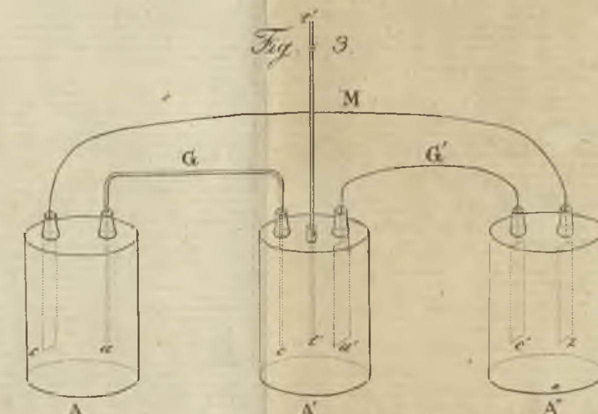


Fig. 4.

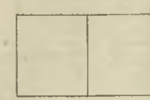


Fig. 5.

